

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 11
ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẲNG (tiếp)
 Tài liệu lớp học 11A1 – 18h – 21h15 – Tối thứ năm – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:.....Ngày học:.....

1. Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng

Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) . Căn cứ vào số điểm chung của đường thẳng và mặt phẳng, ta có ba trường hợp sau :

TH1. Đường thẳng a và mặt phẳng (P) không có điểm chung tức là :

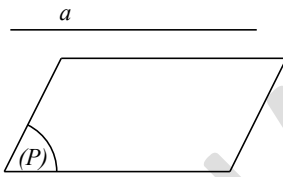
$$a \cap (P) = \emptyset \Leftrightarrow a // (P). \text{ (hình 1)}$$

TH2. Đường thẳng a và mặt phẳng (P) có một có điểm chung tức là :

$$a \cap (P) = \{A\} \Leftrightarrow a \text{ cắt } (P) \text{ tại điểm } A. \text{ (hình 2)}$$

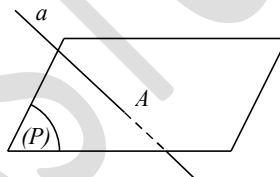
TH3. Đường thẳng a và mặt phẳng (P) có từ hai điểm chung phân biệt trở lên thì :

$$a \subset (P). \text{ (hình 3).}$$



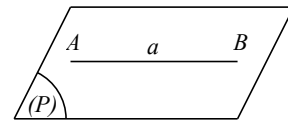
(hình 1)

$$a \cap (P) = \emptyset \Leftrightarrow a // (P)$$



(hình 2)

$$a \cap (P) = \{A\}$$



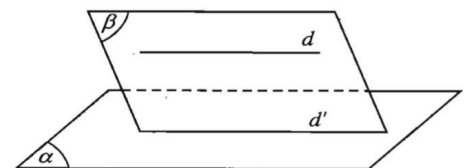
(hình 3)

$$a \subset (P)$$

2. Tính chất

Định lí 1.

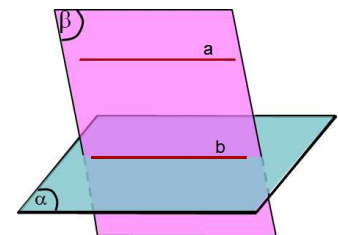
Nếu đường thẳng d không nằm trong mặt phẳng (α) và d song song với đường thẳng d' nằm trong (α) thì d song song với (α) .



Định lí 2.

Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) .

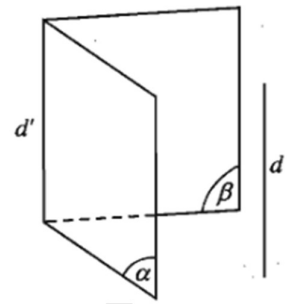
Nếu mặt phẳng (β) chứa a và cắt (α) theo giao tuyến b thì b song song với a .



Hệ quả:

Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với đường thẳng đó.

$$\text{Tức là: } \begin{cases} (\alpha) \cap (\beta) = d' \\ (\alpha) // d \\ (\beta) // d \end{cases} \Rightarrow d' // d.$$

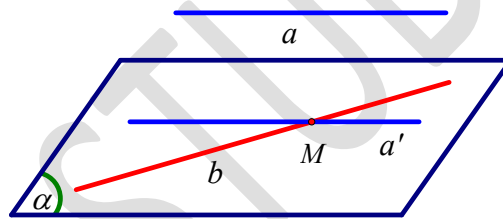


Phương pháp giải toán: Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α) và song song với một đường thẳng cho trước. Tính diện tích thiết diện.

$$\text{Tính chất cần nhớ: } \begin{cases} M \in (\alpha) \cap (\beta) \\ (\alpha) // d, d \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (\beta) = Mx, (Mx // d).$$

Định lý 3.

Cho hai đường thẳng chéo nhau. Có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.



Tóm tắt: Cho a, b là hai đường thẳng chéo nhau. Khi đó, tồn tại duy nhất mặt phẳng sao cho $b \subset (\alpha)$ và $a // (\alpha)$.

Bổ sung: Với a, b là hai đường thẳng chéo nhau. Khi đó tồn tại duy nhất cặp mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ thỏa mãn $b \subset (\beta), a \subset (\alpha)$ và $(\alpha) // (\beta)$.

3. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng chứa hai đường thẳng song song và tìm thiết diện song song với đường thẳng cho trước.

Định lý 1. Nếu đường thẳng d không nằm trong mặt phẳng (α) và d song song với đường thẳng d' nằm trong (α) thì d song song với (α) .

Định lý 2. Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) . Thì mọi mặt phẳng (β) chứa a mà cắt (α) thì sẽ cắt theo một giao tuyến song song với a .

Hệ quả 1. Nếu một đường thẳng song song với một mặt phẳng thì nó song song với một đường thẳng nào đó trong mặt phẳng.

Hệ quả 2. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến (nếu có) của chúng cũng song song với đường thẳng đó.

Định lý 3. Cho hai đường thẳng chéo nhau. Có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.

DẠNG 1. CHỨNG MINH ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẲNG

Câu 1: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng có tâm lần lượt là O và O' .

a. Chứng minh rằng OO' song song với các mặt phẳng (ADF) và (BCE) .

b. Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên các cạnh AE, BD sao cho $AM = \frac{1}{3}AE, BN = \frac{1}{3}BD$. Chứng minh rằng MN song song với mặt phẳng $(CDEF)$.

Câu 2: Cho hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi M, N lần lượt là các điểm trên AE và BD sao cho $AM = \frac{1}{3}AE, BN = \frac{1}{x}BD, (x > 0)$. Tìm x để $MN \parallel (CDEF)$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn là AD thỏa mãn $AD = 2BC$. Gọi O là giao điểm AC và BD, G là trọng tâm tam giác SCD . Chứng minh rằng $OG \parallel (SBC)$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn là AD thỏa $AD = 2BC$. Gọi M là trung điểm của SD . Chứng minh rằng $CM \parallel (SAB)$.

Câu 5: Từ các đỉnh của tam giác ABC ta kẻ các đoạn thẳng AA', BB', CC' song song, cùng chiều, bằng nhau và không nằm trong mặt phẳng của tam giác. Gọi I, G lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC và ACC' . Chứng minh rằng $IG \parallel (BCC'B')$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với $AD \parallel BC$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAD ; E là điểm thuộc đoạn AC sao cho $EC = xEA, (x > 0)$. Tìm x để $GE \parallel (SBC)$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn $AD, AD = 2BC$. Gọi M là điểm thuộc cạnh SD sao cho $MD = 2MS$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Chứng minh rằng OM song song với mặt phẳng (SBC) .

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD, M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Chứng minh rằng MG song song với mặt phẳng (ACD) .

DẠNG 2. DÙNG GIAO TUYẾN CỦA HAI MẶT PHẶNG. DÙNG THIẾT DIỆN CỦA CHÓP VỚI MỘT MẶT PHẶNG SONG SONG VỚI ĐƯỜNG THẲNG CHO TRƯỚC

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với các cạnh đáy là AB và CD . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC , G là trọng tâm của tam giác SAB . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG) .

Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1 và G_2 theo thứ tự là trọng tâm tam giác ABD và tam giác ACD . Tìm giao tuyến của mặt phẳng (AG_1G_2) với mặt phẳng (ABC) .

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Sx là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBD) . M, N lần lượt là trung điểm của AB và DC . Chứng minh MN song song với giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) .

Câu 13: Cho tứ diện $ABCD$, lấy điểm M là một điểm thuộc miền trong của tam giác BCD . Gọi (α) là mặt phẳng qua M và song song với AC và BD . Hãy xác định thiết diện của mặt phẳng (α) với tứ diện $ABCD$. Thiết diện là hình gì?

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , M là trung điểm của OC . Mặt phẳng (α) qua M song song với SA và BD . Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (α) .

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$. M, N là hai điểm trên đoạn AB, CD . Mặt phẳng (α) qua MN và song song với SA .

a. Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (α) .

b. Tìm điều kiện của MN để thiết diện là hình thang.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang cân đáy lớn AD . M, P lần lượt là trung điểm của đoạn AB và SB . Biết $SA = SD = 2a, AD = 2a, BC = a$. Tính diện tích thiết diện tạo bởi hình chóp $S.ABCD$ bị cắt bởi mặt phẳng (α) qua M, P và song song BC .

Giáo viên: Trần Lê Cường

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 11

HOÁN VỊ, CHỈNH HỢP, TỔ HỢP

Tài liệu lớp học 11A1 - 18h - 21h15 - Tối thứ năm - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:.....Ngày học:.....

Dạng 1. Rút gọn biểu thức.

Câu 1. Rút gọn

$$A = \frac{10!.3!}{9!.5!}$$

$$B = \frac{(n-1)!(n+1)!}{n!(n-2)!}$$

Câu 2. Rút gọn

$$M = \frac{A_n^6 + A_n^5}{A_n^4}$$

$$N = \frac{A_5^2 A_6^3}{P_6} - \frac{A_5^3}{P_6}$$

Câu 3. Rút gọn

$$a) A = \frac{7!.4!}{10!} \left(\frac{8!}{3!.5!} - \frac{9!}{2!.7!} \right)$$

$$b) B = \frac{5!}{n.(n+1)} \cdot \frac{(n+1)!}{3!(n-1)!}$$

Câu 4. Rút gọn

$$a) A = \left(\frac{P_5}{A_5^4} + \frac{P_4}{A_5^3} + \frac{P_3}{A_5^2} + \frac{P_2}{A_5^1} \right) A_5^2$$

$$b) B = P_1 A_2^1 + P_2 A_3^2 + P_3 A_4^3 + P_4 A_5^4 - P_1 P_2 P_3 P_4$$

Câu 5. Chứng minh rằng

$$a) P_n - P_{n-1} = (n-1)P_{n-1}$$

$$b) \frac{n^2}{n!} = \frac{1}{(n-1)!} + \frac{1}{(n-2)!}$$

Câu 6. Rút gọn

$$a) A = \frac{C_{15}^8 + 2C_{15}^9 + C_{15}^{10}}{C_{17}^{10}}$$

$$b) B = C_n^n \cdot C_{2n}^n \cdot C_{3n}^n$$

Câu 7. Chứng minh rằng: $A = C_n^{k+1} + 2C_n^k + C_n^{k-1} = C_{n+2}^{k+1}$

Dạng 2. Phương trình, BPT

Câu 8. Tìm số tự nhiên n thỏa mãn: $n!.n! - 4 \cdot \frac{1}{n+1} (n+1)! = 12$.

Câu 9: Tìm nghiệm của phương trình $P_2 \cdot x^2 - P_3 \cdot x = 8$.

Câu 10. Tìm $n \in \mathbb{N}$ thỏa mãn $\frac{1}{C_n^1} - \frac{1}{C_{n+1}^2} = \frac{7}{6C_{n+4}^1}$.

Câu 11. Giải phương trình sau:

a) $\frac{n!}{(n-2)!} - \frac{n!}{(n-1)!} = 3$

b) $3A_n^2 - A_{2n}^2 + 42 = 0$

c) $C_{x+1}^{x-2} + 2C_{x-1}^3 = 7(x-1)$

Câu 12. Giải bất phương trình sau:

a) $\frac{A_{n+4}^4}{(n+2)!} < \frac{15}{(n-1)!}$

b) $2C_{x+1}^2 + 3A_x^2 < 30$

Giáo viên: Thầy Mẫn