

Toán lớp 8: Nền tảng chuyên  
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Tài liệu lớp học Zoom 8A0 - 14h30 - 17h45 - Chiều chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: ..... Ngày học: .....

HÌNH HỌC

**Câu 4.** Cho tam giác  $MNP$  vuông tại  $M$ , trung tuyến  $MK$ . Gọi  $E$  là hình chiếu của  $K$  trên  $MP$ . Gọi  $A$  là điểm đối xứng với  $K$  qua  $MN$ ,  $F$  là giao điểm của  $MN$  với  $AK$ .

- Tứ giác  $MEKF$  là hình gì? Vì sao?
- Chứng minh tứ giác  $AMKN$  là hình thoi.
- Tam giác  $MNP$  có điều kiện gì để tứ giác  $MEKF$  là hình vuông. Khi đó, tính diện tích của tứ giác  $MEKF$  biết  $MN = 4\text{cm}$ .
- Chứng minh các đường thẳng  $AP, MK, EF$  đồng quy tại một điểm.

HD:

a)  $\triangle MNP$  vuông tại  $M \Rightarrow \widehat{EMF} = 90^\circ$

$E$  là hình chiếu của  $K$  trên  $MP \Rightarrow \widehat{KEM} = 90^\circ$

$A$  đối xứng  $K$  qua  $MN \Rightarrow \widehat{KFM} = 90^\circ$

Tứ giác  $MEKF$  có ba góc vuông nên là hình chữ nhật.

b) Vì  $\begin{cases} KE \perp MP \\ MN \perp MP \end{cases} \Rightarrow KE \parallel MN$

Mà  $K$  là trung điểm  $NP \Rightarrow E$  là trung điểm  $MP$

$\Rightarrow EK$  là đường trung bình  $\triangle MNP \Rightarrow EK = \frac{1}{2}MN$

Tứ giác  $MEKF$  là hình chữ nhật (chứng minh trên)  $\Rightarrow EK = MF$

$\Rightarrow MF = \frac{1}{2}MN \Rightarrow F$  là trung điểm  $MN$

Tứ giác  $AMKN$  có hai đường chéo vuông góc với nhau tại trung điểm mỗi đường nên là hình thoi

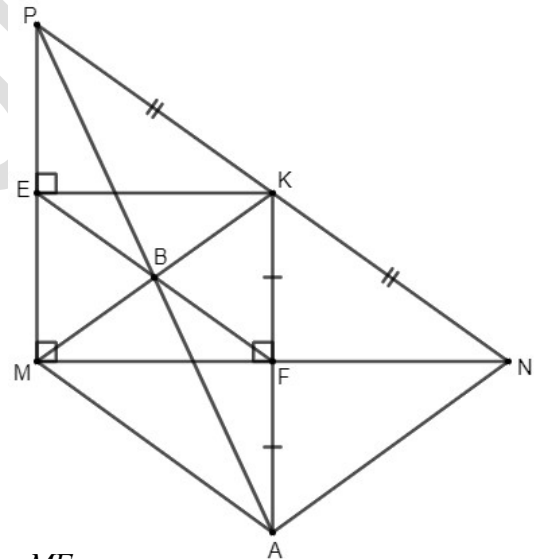
c)  $\triangle MNP$  có  $K, F$  lần lượt là trung điểm  $NP, MN$

$\Rightarrow KF$  là đường trung bình  $\triangle MNP \Rightarrow KF = \frac{1}{2}MP$

Tứ giác  $MEKF$  là hình vuông  $\Rightarrow KE = KF \Rightarrow \frac{1}{2}MN = \frac{1}{2}MP$

$\Rightarrow MN = MP \Rightarrow \triangle MNP$  là tam giác vuông cân

Khi  $MN = 4 \Rightarrow MF = 2 \Rightarrow S_{MEKF} = 2^2 = 4(\text{cm}^2)$



d) Gọi  $B$  là giao điểm của  $EF$  và  $MK \Rightarrow B$  là trung điểm của  $EF; MK$

Ta có:  $EM = KF \Rightarrow \frac{1}{2}MP = \frac{1}{2}AK \Rightarrow MP = AK$

Tứ giác  $MPKA$  có  $MP = AK; MP // AK$  nên là hình bình hành

$\Rightarrow AP; MK$  cắt nhau tại trung điểm mỗi đường

Mà  $B$  là trung điểm  $MK \Rightarrow B$  là trung điểm  $AP$ . Do đó  $AP, MK, EF$  đồng quy tại  $B$

### ĐẠI SỐ

#### Câu 3 - HK1 - 20 - 21.

Cho 2 số  $a$  và  $b$  thỏa mãn  $a - b = 5$ ;  $ab = 6$ . Không tìm  $a, b$ ; hãy tính giá trị của  $A = a^3 - b^3 - 3a + 3b$ .

HD:

Ta có:  $A = a^3 - b^3 - 3a + 3b = (a - b)^3 + 3ab(a - b) - 3(a - b) = 5^3 + 3 \cdot 6 \cdot 5 - 3 \cdot 5 = 200$

Vậy  $A = 200$  khi  $a - b = 5; ab = 6$

#### Câu 11. Yên Hòa - 20 - 21.

Cho  $a + b + c = 1; a \neq -b; b \neq -c; c \neq -a$ . Chứng minh rằng:  $\frac{ab+c}{(a+b)^2} \cdot \frac{bc+a}{(b+c)^2} \cdot \frac{ca+b}{(c+a)^2} = 1$ .

HD:

Ta có:  $a + b + c = 1 \Leftrightarrow c = 1 - a - b$ . Khi đó  $ab + c = ab + 1 - a - b = (1 - a)(1 - b)$

Do đó  $\frac{ab+c}{(a+b)^2} = \frac{(1-a)(1-b)}{(1-c)^2}$

Tương tự với các biểu thức còn lại, thay vào ta có:

$$\frac{ab+c}{(a+b)^2} \cdot \frac{bc+a}{(b+c)^2} \cdot \frac{ca+b}{(c+a)^2} = \frac{(1-a)(1-b)}{(1-c)^2} \cdot \frac{(1-b)(1-c)}{(1-a)^2} \cdot \frac{(1-c)(1-a)}{(1-b)^2} = 1$$

#### Câu 12. Lĩnh Nam 17 - 18

Cho  $A = \frac{x^2}{x+y} + \frac{y^2}{y+z} + \frac{z^2}{z+x} = 2017$ . Tính giá trị của biểu thức  $B = \frac{y^2}{x+y} + \frac{z^2}{y+z} + \frac{x^2}{z+x} - 3$ .

HD:

Ta có:  $A - B = \frac{x^2}{x+y} + \frac{y^2}{y+z} + \frac{z^2}{z+x} - \left( \frac{y^2}{x+y} + \frac{z^2}{y+z} + \frac{x^2}{z+x} - 3 \right)$

$$= \left( \frac{x^2}{x+y} - \frac{y^2}{x+y} \right) + \left( \frac{y^2}{y+z} - \frac{z^2}{y+z} \right) + \left( \frac{z^2}{z+x} - \frac{x^2}{z+x} \right) + 3$$

$$= \frac{(x-y)(x+y)}{x+y} + \frac{(y-z)(y+z)}{y+z} + \frac{(z-x)(z+x)}{z+x} + 3 = x - y + y - z + z - x + 3 = 3$$

$\Leftrightarrow B = A - 3 = 2017 - 3 = 2014$