

Toán lớp 8: Nền tảng chuyên

ĐỊNH LÝ TA - LÉT

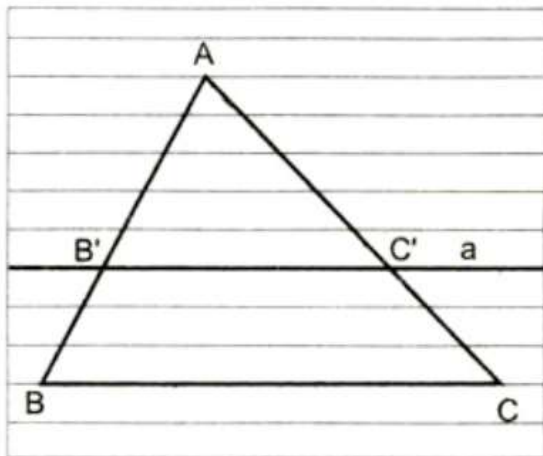
Tài liệu lớp học Zoom 8A0 - 14h30 - 17h45 - Chiều chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: ..... Ngày học: .....

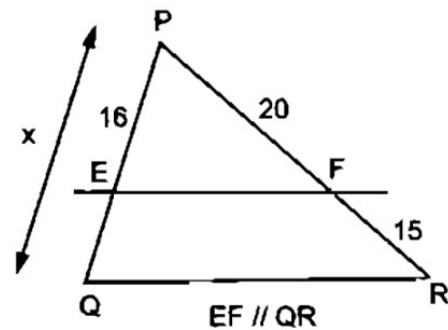
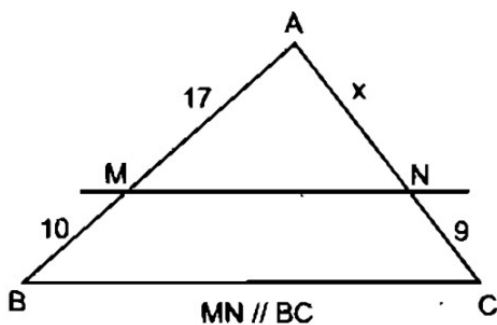
Định lý Ta-lét. (Thừa nhận, không chứng minh).

Nếu một đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại thì nó định ra trên hai cạnh đó những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

GT	$\Delta ABC, B'C' \parallel BC (B' \in AB, C' \in AC)$
KL	$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} ; \frac{AB'}{B'B} = \frac{AC'}{C'C} ; \frac{B'B}{AB} = \frac{C'C}{AC}$



Câu 1. Tính x trong hình vẽ



Câu 2. Cho tam giác  $ABC$  có  $AC = 8,5cm$ . Lấy  $M, N$  lần lượt thuộc  $AB, AC$  sao cho  $AM = 4cm$  và  $AN = 5cm$ . Biết  $MN \parallel BC$ . Tính độ dài  $BM$ .

Câu 3. Cho tam giác  $ABC$ . Đường thẳng song song với  $BC$  lần lượt cắt  $AB, AC$  tại  $M, N$ . Biết  $AM = 17cm, BM = 10cm, CN = 9cm$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $AN$ .

**Câu 4.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 5\text{cm}, BC = 6,5\text{cm}$ . Trên cạnh  $AB$  lấy điểm  $D$  sao cho  $DB = 3\text{cm}$ . Từ  $D$  vẽ đường thẳng song song với  $BC$ , cắt  $AC$  tại  $E$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $DE$ .

**Câu 5.** Cho tam giác  $ABC$ . Từ điểm  $D$  trên cạnh  $BC$ , kẻ các đường thẳng song song với các cạnh  $AB$  và  $AC$ , chúng cắt các cạnh  $AC$  và  $AB$  theo thứ tự tại  $F$  và  $E$ .

Chứng minh rằng  $\frac{AE}{AB} + \frac{AF}{AC} = 1$ .

**Câu 6.** Cho hình thang  $ABCD$ ,  $MN \parallel AB \parallel CD$  ( $M \in AD, N \in BC$ ).

Chứng minh

a)  $\frac{MA}{AD} = \frac{NB}{BC}$ ;      b)  $\frac{MA}{MD} = \frac{NB}{NC}$ ;      c)  $\frac{MD}{DA} = \frac{NC}{CB}$ .

**Câu 7.** Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có đường cao là  $AD$  ( $D \in BC$ ). Từ  $D$ , kẻ  $DE$  vuông góc với  $AB$  ( $E \in AB$ ) và  $DF$  vuông góc với  $AC$  ( $F \in AC$ ). Hỏi rằng, khi độ dài các cạnh  $AB, AC$  thay đổi thì tổng  $\frac{AE}{AB} + \frac{AF}{AC}$  có thay đổi hay không? Vì sao?

**Câu 8.** Cho  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Từ  $G$  kẻ các đường thẳng song song với  $AB, AC$ , cắt  $BC$  lần lượt ở  $D$  và  $E$ .

a) Tính các tỷ số  $\frac{BD}{BC}; \frac{CE}{BC}$

b) Chứng minh  $BD = DE = EC$

**Câu 9.** Cho hình thang  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$  và  $AB < CD$ ), các cạnh bên  $AD$  và  $BC$  cắt nhau tại  $E$ .

a) Tính  $BC$  biết  $AE = 6, AD = 4, CE = 12$ .

b) Từ điểm  $M$  bất kì trên cạnh  $CD$ , kẻ  $MP \parallel DE, MQ \parallel CE$ . Chứng minh rằng:  $\frac{DQ}{ED} + \frac{CP}{CE} = 1$ .

**Giáo viên: Trần Ngọc Hà**

Toán lớp 8: Nền tảng chuyên

**BẤT ĐẲNG THỨC – CÔ SI KHỬ MẪU BIỂU THỨC ĐỐI XỨNG**

Tài liệu lớp học Zoom 8A0 - 14h30 - 17h45 - Chiều chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: ..... Ngày học: .....

**Kĩ thuật khử mẫu 2, 3 biến.**

+ Biểu thức có tính đối xứng là biểu thức khi thay biến này bởi biến kia thì biểu thức không thay đổi.

+ VD:  $M = \frac{a+b}{ab}$ ,  $N = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

+ Biểu thức  $P = 2a + b; Q = a^2 + b^2 + 2c^2 - abc$  không có tính đối xứng giữa các biến.

+ Điềm rơi (giá trị của biến khi dấu bằng xảy ra) với các biểu thức có tính đối xứng thông thường xảy ra khi các biến bằng nhau.

**Câu 1.** Cho  $\frac{2x^2}{1+x^2} = y$ ,  $\frac{2y^2}{1+y^2} = z$ ,  $\frac{2z^2}{1+z^2} = x$ . Chứng minh  $x = y = z$ .

**Câu 2.** Cho  $a, b, c$  là 3 cạnh của một tam giác thỏa mãn  $\left(1 + \frac{b}{a}\right)\left(1 + \frac{c}{b}\right)\left(1 + \frac{a}{c}\right) = 8$ . Chứng minh tam giác đó đều.

**Câu 3.** Cho các số thực dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $a + b + c = 3$ .

Tìm GTNN của  $\left(\frac{3}{a} - 1\right)\left(\frac{3}{b} - 1\right)\left(\frac{3}{c} - 1\right)$ .

**Câu 4.** Cho tam giác ABC, có các cạnh  $a, b, c$  và nửa chu vi:  $p = \frac{a+b+c}{2}$ .

CM:  $\frac{1}{(p-a)^2} + \frac{1}{(p-b)^2} + \frac{1}{(p-c)^2} \geq \frac{p}{(p-a)(p-b)(p-c)}$

**Câu 5.** Cho tam giác ABC có các cạnh  $a, b, c$ .

Chứng minh:  $(b+c-a)(c+a-b)(a+b-c) \leq abc$

**Câu 6.** Cho tam giác ABC có các cạnh  $a, b, c$ . Chứng minh:

$$\frac{a^2}{b+c-a} + \frac{b^2}{c+a-b} + \frac{c^2}{a+b-c} \geq a+b+c.$$

**Câu 7.** Cho tam giác ABC có các cạnh  $a, b, c$ . Chứng minh:

a)  $(p-a)(p-b)(p-c) \leq \frac{1}{8}abc$ .

b)  $\frac{1}{p-a} + \frac{1}{p-b} + \frac{1}{p-c} \geq 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$

**Câu 8.** Cho  $x, y > 0$  và  $x + y = 2$ . Chứng minh rằng:  $x^2 + y^2 \geq 2$

**Câu 9.**

a) Cho  $a, b$  là các số thực dương. CM:  $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a} \geq a + b$ .

b) Cho hai số thực  $a, b > 0$  thỏa mãn:  $a + b \geq 2$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $E = \frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a}$ .

**Câu 10.** Cho các số thực  $a, b$  khác 0. Chứng minh  $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} \geq \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$

**Câu 11.** Cho  $a, b, c > 0$ . Chứng minh rằng:  $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} \geq a + b + c$

**Câu 12.** Cho  $x, y, z$  là ba số thực dương thỏa mãn  $x + y + z = 1$ . Chứng minh rằng:

$$\frac{x^2}{y+1} + \frac{y^2}{z+1} + \frac{z^2}{x+1} \geq \frac{3}{2}.$$

**Câu 13.** Cho  $a, b, c$  là các số dương. CM:  $\frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a} \geq ab + bc + ca$

**Câu 14.** Cho 3 số dương  $x, y, z$  thỏa mãn ĐK  $x + y + z = 1$ . Tìm GTNN của  $A = \frac{x^2}{y+z} + \frac{y^2}{z+x} + \frac{z^2}{x+y}$ .

**Câu 15.** Cho  $x, y > 1$ , tìm GTNN của  $P = \frac{(x^3 + y^3) - (x^2 + y^2)}{(x-1)(y-1)}$

**Câu 16.** Cho  $a, b, c > 0$  và  $a + b + c + ab + bc + ca = 6abc$ . Chứng minh rằng:  $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq 3$

**Câu 17.** Chứng minh  $\frac{c}{a+b} + \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} \geq \frac{3}{2} \forall a, b, c > 0$

**Câu 18.** Cho  $a, b, c > 1$ . Chứng minh rằng:  $\frac{a^2}{b-1} + \frac{b^2}{c-1} + \frac{c^2}{a-1} \geq 12$

**Câu 19.** Cho các số thực dương  $x, y, z$  thỏa mãn  $x + y + z = 1$ . Chứng minh  $\left(\frac{1}{x}-1\right)\left(\frac{1}{y}-1\right)\left(\frac{1}{z}-1\right) \geq 8$ .

**Câu 20.** Chứng minh  $\frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y} \geq x + y + z$  với mọi  $x, y, z > 0$ .

**Câu 21.** Chứng minh  $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{z^2} + \frac{z^2}{x^2} \geq \frac{y}{x} + \frac{z}{y} + \frac{x}{z}$  với mọi  $x, y, z > 0$ .

**Câu 22.**

a) Cho 2 số dương  $a, b$  thỏa mãn  $a + b \geq 5$ , tìm GTNN của  $3a + 3b + \frac{1}{a+b}$ .

b) Cho 3 số dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $a + b + c \geq 6$ , tìm GTNN của  $2a + 2b + 2c + \frac{3}{a+b+c}$ .

**Giáo viên: Trần Tuấn Việt**