

Toán lớp 9: Nền tảng chuyên
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Tài liệu lớp học Zoom 9A0 - 18h - 21h15 - Tối chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:..... Ngày học:.....

HÌNH HỌC

Câu 6. Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) ($AB < AC$), P là điểm nằm trong tam giác sao cho AP là phân giác trong của góc BAC . Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của P trên AC, AB . Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với AP cắt (O) tại D (D khác A). PD cắt EF tại Q . M là trung điểm của BC .

b) Gọi $(K), (I)$ lần lượt là đường tròn ngoại tiếp các tam giác BFQ và CEQ . Chứng minh rằng (K) và (I) có một điểm chung với (O) .

c) Gọi S, T lần lượt là giao điểm của QM với $(K), (I)$ (S, T khác Q). Chứng minh rằng đường trung trực của ST và AO cắt nhau trên (O) .

HD:

b) Gọi $DP \cap (O) = \{R\} \Rightarrow R \in (O)$

Vì $AD \parallel EF$ nên

$\widehat{BAD} = \widehat{BFQ}$ (cùng bù với \widehat{AFE})

Mà $\widehat{BAD} = 180^\circ - \widehat{BRD}$

(vì tứ giác $ABRD$ nội tiếp (O))

$\Rightarrow \widehat{BFQ} + \widehat{BRD} = 180^\circ$

$\Rightarrow BFQR$ là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow R \in (K)$

Ta có: $\widehat{EQP} = \widehat{ABR}$

(vì tứ giác $BFQR$ nội tiếp (K))

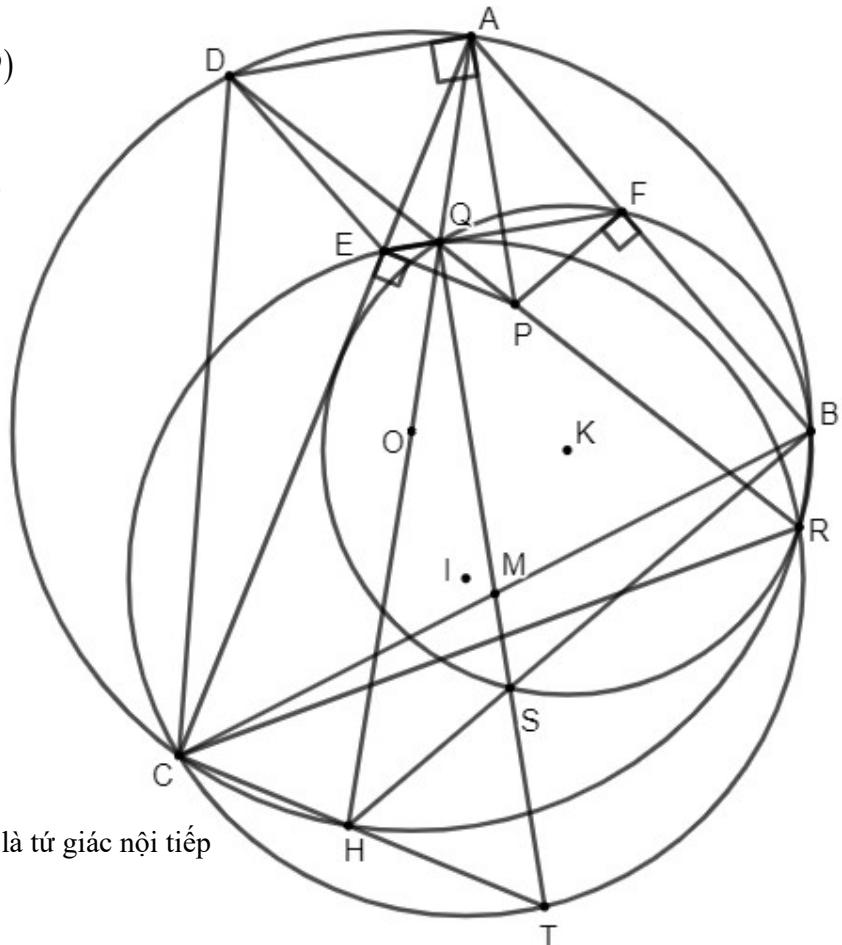
$\widehat{ABR} + \widehat{ACR} = 180^\circ$

(vì tứ giác $ABRC$ nội tiếp (O))

$\Rightarrow \widehat{EQP} + \widehat{ACR} = 180^\circ \Rightarrow CEQR$ là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow R \in (I)$

Suy ra (K) và (I) có một điểm chung với (O) là R



c) Kẻ đường kính AH của (O)

$$\text{Vì } B \in \left(O; \frac{AH}{2}\right) \Rightarrow \widehat{ABH} = 90^\circ \Rightarrow BF \perp BH$$

$$E \in \left(M; \frac{QT}{2}\right) \Rightarrow \widehat{EQT} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{FQS} = 90^\circ$$

$$\text{Tứ giác } FQSB \text{ nội tiếp } (K) \Rightarrow \widehat{FBS} + \widehat{FQS} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{FBS} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow BF \perp BS \Rightarrow B, F, S \text{ thẳng hàng}$$

$$C \in \left(O; \frac{AH}{2}\right) \Rightarrow \widehat{ACH} = 90^\circ \Rightarrow AC \perp CH$$

$$\text{Tứ giác } EQTC \text{ nội tiếp } (I) \Rightarrow \widehat{ECT} + \widehat{EQT} = 180^\circ$$

$$\text{Mà } \widehat{EQT} = 90^\circ \text{ (cmt)} \Rightarrow \widehat{ECT} = 90^\circ \Rightarrow EC \perp CT$$

$$\text{Hay } AC \perp CT \Rightarrow C, H, T \text{ thẳng hàng}$$

$$\text{Ta có: } \widehat{HST} = \widehat{QSB} \text{ (hai góc đối đỉnh)}$$

$$\widehat{QSB} = \widehat{AFE} \text{ (vì } FQSB \text{ nội tiếp)}$$

$$\widehat{AFE} = \widehat{AEF} \text{ (dễ dàng chứng minh được)}$$

$$\widehat{AEF} = \widehat{QRC} \text{ (vì } EQRC \text{ nội tiếp)}$$

$$\widehat{QRC} = \widehat{STH} \text{ (cùng chắn cung } \widehat{QC})$$

$$\Rightarrow \widehat{HST} = \widehat{STH} \Rightarrow \Delta HST \text{ cân tại } H \Rightarrow HS = HT \Rightarrow H \text{ thuộc trung trực } ST \text{ (đpcm)}$$