

Toán lớp 9: Nền tảng chuyên
TỔNG HỢP

Tài liệu lớp học Zoom 9A0 - 18h - 21h15 - Tối chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:..... Ngày học:.....

Câu 1. Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) . Giả sử M là điểm thuộc đoạn thẳng AB (M không trùng A, B), N là điểm thuộc tia CA (N nằm trên đường thẳng CA sao cho C nằm giữa A và N) sao cho khi MN cắt BC tại I thì I là trung điểm của MN . Đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN cắt (O) tại điểm P khác A .

- Chứng minh rằng các tứ giác $BMIP$ và $CNPI$ nội tiếp.
- Giả sử $PB = PC$, chứng minh rằng tam giác ABC cân.

Câu 2. Cho đường tròn tâm O đường kính AB và điểm C (C không trùng với A và B). Lấy điểm D thuộc đoạn AC (D không trùng với A và C). Tia BD cắt cung nhỏ AC tại điểm M , tia BC cắt tia AM tại điểm N .

- Chứng minh $MNCD$ là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh $AM \cdot BD = AD \cdot BC$.
- Gọi I là giao điểm thứ hai của hai đường tròn ngoại tiếp của tam giác ADM và tam giác BDC . Chứng minh ba điểm N, D, I thẳng hàng.

Câu 3. Cho đường tròn $(O; R)$, điểm M cố định nằm ngoài (O) . Kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O) (A, B là tiếp điểm). Qua M kẻ cát tuyến MCD bất kì không đi qua (O) (C nằm giữa M và D). Gọi K là trung điểm của CD .

- Chứng minh 5 điểm: M, A, O, K, B cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh $MC \cdot MD$ không phụ thuộc vào vị trí của cát tuyến MCD .
- Gọi E là giao điểm của tia BK với đường tròn (O) . Chứng minh AE song song với MK .
- Tìm vị trí của cát tuyến MCD để diện tích tam giác MDE đạt giá trị lớn nhất.

Câu 4. Cho tam giác ABC vuông tại A , biết $(AB < AC)$. Lấy điểm M thuộc cạnh AC . Vẽ đường tròn (O) đường kính MC cắt BC tại E , BM cắt (O) tại N , AN cắt (O) tại D , ED cắt AC tại H .

- Chứng minh tứ giác $BANC$ nội tiếp.
- Chứng minh $MH \cdot HC = EH^2$ và M cách đều ba cạnh của tam giác ANE .
- Lấy I đối xứng với M qua A , lấy điểm K đối xứng với M qua E . Tìm vị trí của M để đường tròn ngoại tiếp tam giác BIK có bán kính nhỏ nhất.

Câu 5. Cho đường tròn tâm O và một dây cung AB không đi qua tâm. Từ điểm chính giữa P của cung lớn AB kẻ đường kính PQ , cắt dây AB tại D . Gọi M là một điểm bất kì trên cung lớn AB , QM cắt AB tại I , PM cắt AB tại C .

- a) Chứng minh tứ giác $DIMP$ là tứ giác nội tiếp
- b) Chứng minh $CM.CP = CI.CD$.
- c) Gọi N là giao điểm của đường tròn tâm O và đoạn thẳng CQ . Chứng minh PN, QI, AB đồng qui.
- d) Xác định vị trí của điểm M trên cung lớn AB để tích $IM.IQ$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 6. Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) ($AB < AC$), P là điểm nằm trong tam giác sao cho AP là phân giác trong của góc BAC . Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của P trên AC, AB . Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với AP cắt (O) tại D (D khác A). PD cắt EF tại Q . M là trung điểm của BC .

- a) Chứng minh rằng $QM \parallel AP$.
- b) Gọi $(K), (I)$ lần lượt là đường tròn ngoại tiếp các tam giác BFQ và CEQ . Chứng minh rằng (K) và (I) có một điểm chung với (O) .
- c) Gọi S, T lần lượt là giao điểm của QM với $(K), (I)$ (S, T khác Q). Chứng minh rằng đường trung trực của ST và AO cắt nhau trên (O) .

Giáo viên: Thầy Mẫn

Toán lớp 9: Nền tảng chuyên
TƯƠNG GIAO ĐƯỜNG THẲNG VÀ PARABOL (tiếp)
Tài liệu lớp học Zoom 9A0 - 18h - 21h15 - Tối chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:..... Ngày học:.....

Câu 1. Cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = mx - \frac{1}{2}m^2 + m + 1$. Tìm các giá trị của m để

(d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ sao cho $|x_1 - x_2| = 2$.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y = 3x + m^2 - 1$ và parabol

$(P): y = x^2$. Gọi $x_1; x_2$ là hoành độ giao điểm của (d) và (P) .

Tìm m để $(x_1 + 1)(x_2 + 1) = 1$.

Câu 3. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y = -x + 6$ và parabol $(P): y = x^2$

a) Tìm tọa độ các giao điểm của (d) và (P) .

b) Gọi A, B là hai giao điểm của (d) và (P) , tính diện tích tam giác OAB .

Câu 4. Cho đường thẳng $(d): y = 2(m - 1)x - m - 5$ và parabol $(P): y = x^2$. Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 là độ dài hai cạnh của tam giác vuông có đường chéo là $\sqrt{10}$.

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = -x^2$.

1) Vẽ parabol (P) .

2) Xác định tọa độ các giao điểm A, B của đường thẳng $(d): y = -x - 2$ và (P) . Tìm tọa độ điểm M trên (P) sao cho tam giác MAB cân tại M .

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = mx + 5$.

a) Chứng minh đường thẳng (d) luôn đi qua điểm $A(0; 5)$ với mọi giá trị của m .

b) Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol $(P): y = x^2$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 (với $x_1 < x_2$) sao cho $|x_1| > |x_2|$.

Câu 7. Cho đường thẳng $\Delta: y = (m - 1)x + m^2 - 4$ (m là tham số khác 1).

a) Tìm m để đường thẳng Δ song song với đường thẳng $(d): y = 2x + 5$.

b) Gọi A, B lần lượt là giao điểm của Δ với trục Ox và Oy . Xác định tọa độ điểm A, B và tìm m để $3OA = OB$.

Câu 8. Cho parabol $(P): y = 2x^2$ và đường thẳng $(d): y = -2mx - m^2 + 2$.

Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ giao điểm x_1, x_2 thỏa mãn

$A = |2x_1x_2 + x_1 + x_2 - 4|$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 9. Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = (2m + 5)x - 2m - 1$, m là tham số.

a) Tìm m để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt nằm ở bên phải trục tung.

b) Tìm các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành

độ x_1, x_2 sao cho biểu thức $P = |\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = \frac{x^2}{2}$ và đường thẳng $(d): y = -mx + 3 - m$.

a) Tìm tọa độ điểm M thuộc parabol (P) biết điểm M có hoành độ bằng 4.

b) Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B . Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ của hai điểm A, B . Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = 2x_1x_2 + 20$.

Câu 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y = 2mx - m^2 + 1$ và parabol $(P): y = x^2$.

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{-2}{x_1x_2} + 1.$$

Câu 12. Vẽ đồ thị của các hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ và $y = x - 4$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ. Gọi A và B

là các giao điểm của đồ thị hai hàm số trên. Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB , với O là gốc tọa độ (đơn vị đo trên các trục tọa độ là centimét).

Câu 13. Cho hàm số $y = (m - 4)x + m + 4$, (m là tham số).

a) Tìm m để hàm số đã cho là hàm số bậc nhất đồng biến trên \mathbb{R} .

b) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì đồ thị hàm số đã cho luôn cắt parabol $(P): y = x^2$ tại hai điểm phân biệt. Gọi x_1, x_2 là hoành độ các giao điểm, tìm m sao cho $x_1(x_1 - 1) + x_2(x_2 - 1) = 18$.

c) Gọi đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng (d) . Chứng minh khoảng cách từ điểm $O(0;0)$ đến (d) không lớn hơn $\sqrt{65}$.

Câu 14. Trong mặt phẳng Oxy cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$.

a) Vẽ đồ thị (P) .

b) Trên (P) lấy điểm A có hoành độ $x_A = -2$. Tìm tọa độ điểm M trên trục Ox sao cho

$|MA - MB|$ đạt giá trị lớn nhất, biết rằng $B(1;1)$.

Câu 15. Cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = (m-1)x + m + 4$.

a) Với $m = 2$, tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) .

b) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm nằm về hai phía của trục tung.

Câu 16. Cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = -x + m$ (x là ẩn, m là tham số)

a) Tìm tọa độ giao điểm của parabol (P) với đường thẳng (d) khi $m = 4$.

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt

$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ thỏa mãn $x_1x_2 + y_1y_2 = 5$.

Câu 17. Cho parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2mx - 1$ với m là tham số.

a) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) khi $m = 1$.

b) Chứng minh rằng với mỗi giá trị của m , (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B . Gọi y_1, y_2 là

tung độ của A, B . Tìm m sao cho $|y_1^2 - y_2^2| = 3\sqrt{5}$.

Giáo viên: Trần Ngọc Hà