BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 10
QUY TẮC CỘNG VÀ QUY TẮC NHÂN
Tài liệu lớp học 10A1 – 18h00 – 21h15 – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên:...Ngày học:...

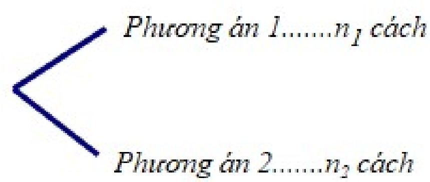
1. QUY TẮC CỘNG VÀ SƠ ĐỒ HÌNH CÂY

Quy tắc cộng

Giả sử một công việc nào đó có thể thực hiện theo một trong hai phương án khác nhau:

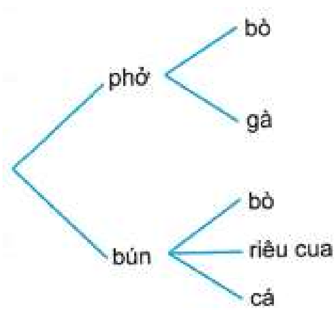
- Phương án một có n_1 cách thực hiện.

- Phương án hai có n_2 cách thực hiện.



Khi đó số cách thực hiện công việc sẽ là: $n_1 + n_2$ cách.

Chú ý: Sơ đồ minh họa cách phân chia trường hợp như hình sau



Được gọi là sơ đồ hình cây.Trong các bài toán đếm, người ta thường dùng sơ đồ hình cây để minh họa, giúp cho việc đếm thuận tiện và không bỏ sót trường hợp.

Ta áp dụng quy tắc cộng cho một công việc có nhiều phương án khi các phương án đó phải rời nhau, không phụ thuộc vào nhau (độc lập với nhau)

Ví dụ 1. Một quán phục vụ ăn sáng có bán phở và bún. Phở có 2 loại là phở bò và phở gà. Bún có 3 loại là bún bò, bún riêu cua và bún cá. Một khách hàng muốn chọn một món để ăn sáng. Vẽ sơ đồ hình cây minh hoạ và cho biết khách hàng đó có bao nhiêu cách lựa chọn một món ăn sáng.

2. QUY TẮC NHÂN

Quy tắc nhân

Giả sử một công việc nào đó phải hoàn thành qua hai công đoạn liên tiếp nhau:

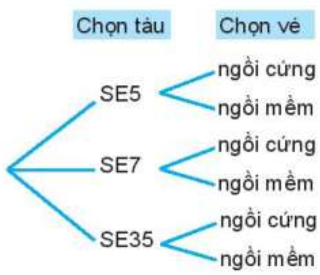
- Công đoạn một có m_1 cách thực hiện,

- Với mỗi cách thực hiện công đoạn một, có m_2 cách thực hiện công đoạn hai.

Khi đó số cách thực hiện công việc là: $m_1 \cdot m_2$ cách.

Ví dụ 2. Một người muốn mua vé tàu ngồi đi từ Hà Nội vào Vinh. Có ba chuyến tàu là SE5, SE7 và SE35. Trên mỗi tàu có 2 loại vé ngồi khác nhau: ngồi cứng hoặc ngồi mềm. Hỏi có bao nhiêu loại vé ngồi khác nhau để người đó lựa chọn?

Chú ý. Ta cũng có thể dùng quy tắc cộng. Người mua vé có thể lựa chọn một trong ba trường hợp: SE5, SE7 hoặc SE35



Nếu lựa chọn SE5, có hai loại vé: loại vé SE5 ngồi cứng và SE5 ngồi mềm. Tương tự cho trường hợp SE7 và trường hợp SE35.

Mỗi trường hợp có hai loại vé. Tổng cộng có: $2+2+2=6$ (cách chọn loại vé).

3. KẾT HỢP QUY TẮC CỘNG VÀ QUY TẮC NHÂN

1 số bài toán chỉ cần áp dụng một quy tắt đếm, tuy nhiên, hầu hết các bài toán đếm trong thực tế sẽ phức tạp hơn và thường phải áp dụng cả hai quy tắc.

Chú ý. Quy tắc cộng được áp dụng khi công việc được chia thành các phương án phân biệt (thực hiện một trong các phương án để hoàn thành công việc).

Quy tắc nhân được áp dụng khi công việc có nhiều công đoạn nối tiếp nhau (phải thực hiện tất cả các công đoạn để hoàn thành công việc).

Ví dụ 3. Để tổ chức bữa tiệc, người ta chọn thực đơn gồm một món khai vị, một món chính và một món tráng miệng. Nhà hàng đưa ra danh sách: khai vị có 2 loại súp và 3 loại sa lát; món chính có 4 loại thịt, 3 loại cá và 3 loại tôm; tráng miệng có 5 loại kem và 3 loại bánh. Hỏi có thể thiết kế bao nhiêu thực đơn khác nhau?

Ví dụ 4. Mỗi mật khẩu của một trang web là một dãy có từ 2 tới 3 kí tự, trong đó kí tự đầu tiên là một trong 26 chữ cái in thường trong bảng chữ cái tiếng Anh (từ a đến z), mỗi kí tự còn lại là một chữ số từ 0 đến 9. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu mật khẩu khác nhau?

4. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Câu 1: Bạn Nam có 8 quyển sách Toán, 6 quyển sách Vật lí và 5 quyển sách Hóa học, các quyển sách là khác nhau. Hỏi bạn Nam có bao nhiêu cách chọn một quyển sách để đọc?

Câu 2: Trong một trường trung học phổ thông, khối 10 có 245 học sinh nam và 235 học sinh nữ.

a. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 10 đi dự buổi giao lưu với học sinh các trường trung học phổ thông trong tỉnh. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

b. Nhà trường cần chọn hai học sinh ở khối 10, trong đó có 1 nam và 1 nữ, đi dự trại hè của học sinh trong tình. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

Câu 3: Bạn Phương có 7 quyển sách Tiếng Anh và 8 quyển sách Văn học, các quyển sách là khác nhau. Hỏi bạn Phương có bao nhiêu cách chọn một quyển sách để đọc?

Câu 4: Lớp $10A$ có 36 học sinh, lớp $10B$ có 40 học sinh. Có bao nhiêu cách cử một học sinh của lớp $10A$ hoặc của lớp $10B$ tham gia một công việc tình nguyện sắp diễn ra?

Câu 5: Mỗi ngày có 6 chuyến xe khách, 3 chuyến tàu hoả và 4 chuyến máy bay từ thành phố A đến thành phố B. Mỗi ngày có bao nhiêu cách chọn chuyến để di chuyển từ thành phố A đến thành phố B bằng một trong ba loại phương tiện trên?

Câu 6: Một lớp học có 16 bạn nam và 14 bạn nữ. Hỏi có bao nhiêu cách bầu ra bạn lớp trưởng ?

Câu 7: Từ các chữ số $1,2,3,4,5,6$, ta lập ra số tự nhiên gồm ba chữ số, chia hết cho 5. Có thể lập được bao nhiêu số như thế?

Câu 8: Từ các chữ số $1,2,3,4,5,6,7$, lập được bao nhiêu số chẵn:

a. Gồm ba chữ số?

b. Gồm ba chữ số đôi một khác nhau?

Câu 9: Ở Canada, mã bưu chính có 6 kí tự gồm: 3 chữ cái in hoa (trong số 26 chữ cái tiếng Anh) và 3 chữ số. Mỗi mã bưu chính bắt đầu bằng 1 chữ cái và xen kẽ bằng 1 chữ số. (Nguồn: https://capath.vn/postal-code-canada)

a. Có thể tạo được bao nhiêu mã bưu chính?

b. Có thể tạo được bao nhiêu mã bắt đầu bằng chữ S ?

c. Có thể tạo được bao nhiêu mã bắt đầu bằng chữ S và kết thúc bằng chữ số 8 ?

Câu 10: Trong kinh doanh nhà hàng, combo là một hình thức gọi món theo thực đơn được kết hợp từ nhiều món ăn hoặc đồ uống. Nếu nhà hàng có 5 món rau, 4 món cá và 3 món thịt thì có bao nhiêu cách tạo ra một combo? Biết mỗi combo có đầy đủ 1 món rau, 1 món cá và 1 món thịt.

Câu 11: Cho 10 điểm phân biệt, hỏi lập được bao nhiêu vectơ khác $\vec{0}$? Biết rằng hai đầu mút của mỗi vectơ là hai trong 10 điểm đã cho.

Câu 12: Từ năm chữ số $0,1,2,3$, 4, có thể lập được bao nhiêu

a) số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau?

b) số tự nhiên chẵn có ba chữ số đôi một khác nhau?

Câu 13: Dùng sáu chữ số $0;1;2;3;4;5$ có thể lập được bao nhiêu

a) mật khẩu có bốn chữ số khác nhau?

b) số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau?

c) số tự nhiên lẻ có bốn chữ số khác nhau?

Câu 14: Ba lớp của một trường đang lên kế hoạch để đi dã ngoại, mỗi lớp có thể chọn một trong năm địa điểm. Có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra về cách chọn địa điểm của ba lớp?

Câu 15: Sử dụng 5 chữ số $0;1;2;3;4$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên

a) có ba chữ số khác nhau?

b) có 3 chữ số khác nhau và bé hơn 300 ?

c) có các chữ số khác nhau và bé hơn 100 ?

Câu 16: Trên giá sách có 6 cuốn sách Ngữ Văn khác nhau, 7 cuốn sách Toán khác nhau và 8 cuốn sách Tiếng Anh khác nhau. Từ giá sách này,

a) có bao nhiêu cách lấy một cuốn sách?

b) có bao nhiêu cách lấy ba cuốn sách, mỗi môn một cuốn?

c) có bao nhiêu cách lấy hai cuốn sách từ hai môn khác nhau?

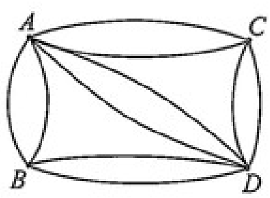
Câu 17: Trong một cái hộp có chứa 8 quả bóng màu trắng đánh số từ 1 đến $8;10$ quả bóng màu xanh đánh số từ 1 đến $10;12$ quả bóng màu cam đánh số từ 1 đến 12. Từ hộp này, có bao nhiêu cách

a) chọn ra một quả bóng?

b) chọn ra ba quả bóng có màu khác nhau đôi một?

c) chọn ra hai quả bóng có màu khác nhau?

Câu 18: Có các con đường nối bốn ngôi làng A, B, C, D như trong Hình 5. Có bao nhiêu cách chọn đường đi khác nhau



Hình 5

a) từ A qua B rồi đến D ?

b) từ A đến D ?

Lưu ý: Mỗi đường đi qua mỗi ngôi làng nhiều nhất một lần.

Câu 19: Có bao nhiêu số tự nhiên

a. Có 3 chữ số khác nhau?

b. Là số lẻ có 3 chữ số khác nhau?

c. Là số có 3 chữ số và chia hết cho 5 ?

d. Là số có 3 chứ số khác nhau và chia hết cho 5 ?

Giáo viên: Nguyễn Thành Long

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 10

ÔN TẬP HỌC KÌ I (tiếp)

Tài liệu lớp học 10A1 – 18h00 – 21h15 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:..Ngày học:...

Trắc nghiệm

Câu 1. Trong hệ trục Oxy, cho $\triangle ABC$ có $A(2;1), B(-1;3), C(-2;-3)$. Tính $\cos A$.

A. 0. B. $-\dfrac{1}{\sqrt{26}}$. C. $\dfrac{1}{\sqrt{26}}$. D. $\dfrac{1}{\sqrt{13}}$.

Câu 2. Cho hai điểm A, B phân biệt và cố định, với I là trung điểm của AB. Tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}|=|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}|$ là

A. đường trung trực của đoạn thẳng AB.

B. đường tròn đường kính AB.

C. đường trung trực đoạn thẳng IA.

D. đường tròn tâm A, bán kính AB.

Câu 3. Cho tam giác ABC có $AB = a > 0$. Tập hợp tất cả các điểm M thỏa mãn điều kiện $(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB})\cdot(\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MB})=0$ là

A. Đường thẳng đi qua trung điểm của AB và BC.

B. Đường trung trực của đoạn thẳng AB.

C. Đường thẳng đi qua trung điểm của AB và vuông góc với BC.

D. Đường thẳng đi qua trung điểm của BC và vuông góc với AB.

Câu 4. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi H là chân đường cao hạ từ A sao cho $\overrightarrow{BH}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{HC}$. Điểm M di động nằm trên BC sao cho $\overrightarrow{BM}=x\overrightarrow{BC}$. Tìm x sao cho độ dài của vectơ $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{GC}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $\dfrac{4}{5}$. B. $\dfrac{5}{6}$. C. $\dfrac{6}{5}$. D. $\dfrac{5}{4}$.

Tự luận

Câu 5. Khi một quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ O th, trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên; h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao $1,2\,\text{m}$. Sau đó 1 giây, nó đạt độ cao $8,5\,\text{m}$ và 2 giây sau khi đá lên, nó đạt độ cao $6\,\text{m}$. Hỏi sau bao lâu thì quả bóng sẽ chạm đất kể từ khi được đá lên (tính chính xác đến hàng phần trăm)?

Câu 6. Cho tam giác ABC đều nội tiếp đường tròn tâm O, bán kính R. Giả sử điểm M thay đổi trên đường tròn. Chứng minh: $MA^2+MB^2+MC^2$ luôn không đổi.

Câu 7. Cho tam giác ABC và G là trọng tâm của tam giác. Với mỗi điểm M, chứng minh rằng $MA^2+MB^2+MC^2=3MG^2+GA^2+GB^2+GC^2$.

Câu 8. Cho tam giác ABC. Trên cạnh AC lấy điểm D, trên cạnh BC lấy điểm E sao cho $AD=3DC$, $EC=2BE$.

a) Biểu diễn mỗi vectơ $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{ED}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{CA}=\vec{a},\overrightarrow{CB}=\vec{b}$.

b) Tìm tập hợp điểm M sao cho $|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{ME}|=|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MD}|$.

c) Với k là số thực tuỳ ý, lấy các điểm P, Q sao cho $\overrightarrow{AP}=k\overrightarrow{AD},\overrightarrow{BQ}=k\overrightarrow{BE}$. Chứng minh rằng trung điểm của đoạn thẳng PQ luôn thuộc một đường thẳng cố định khi k thay đổi.

Câu 9. Cho $\triangle ABC$ có $AB=2a, AC=3a, BAC=60^\circ$. Gọi M là trung điểm của BC.

a) Gọi N là điểm trên AC sao cho $5\overrightarrow{NA}+7\overrightarrow{NC}=\vec{0}$. Chứng minh $AM\perp BN$.

b) Tìm tập hợp điểm P thỏa mãn $|2\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PC}|=3a$.

Câu 10. Cho n điểm trong mặt phẳng, Bạn An kí hiệu chúng là $A_1,A_2,...,A_n$; bạn Bình kí hiệu là $B_1,B_2,...,B_n$. Chứng minh $\overrightarrow{A_1B_1}+\overrightarrow{A_2B_2}+...+\overrightarrow{A_nB_n}=\vec{0}$.

Câu 11. Cho ngũ giác ABCDE. Gọi M, N, P, Q, I, J là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DE, MP,NQ. Chứng minh $IJ//AE, IJ=\frac{1}{4}.AE$.

Câu 12. Tứ giác ABCD có hai đường chéo AC, BD vuông góc tại M. P là trung điểm AD. Chứng minh $MP\perp BC$ khi và chỉ khi $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MD}$.

Câu 13. Cho hình vuông ABCD, M trên đoạn AC sao cho $AM=\frac{AC}{4}$. N là trung điểm DC. Chứng minh ΔBMN vuông cân.

Giáo viên: Trần Ngọc Hà