

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 10
HOÁN VỊ, CHỈNH HỢP, TỔ HỢP
Tài liệu lớp học 10A1 – 18h00 – 21h15 – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:.....Ngày học:.....

A. LÝ THUYẾT

1. HOÁN VỊ

Một hoán vị của một tập hợp có n phần tử là một cách sắp xếp có thứ tự n phần tử đó (với n là một số tự nhiên, $n \geq 1$).

Số các hoán vị của tập hợp có n phần tử, kí hiệu là P_n , được tính bằng công thức

$$P_n = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 2 \cdot 1.$$

Chú ý. Kí hiệu $n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 2 \cdot 1$ là $n!$ (đọc là n giai thừa), ta có: $P_n = n!$.

Chẳng hạn $P_3 = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$.

Quy ước $0! = 1$.

Ví dụ 1. Từ các chữ số 6, 7, 8 và 9 có thể lập được bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau?

2. CHỈNH HỢP

Một chỉnh hợp chập k của n là một cách sắp xếp có thứ tự k phần tử từ một tập hợp n phần tử (với k, n là các số tự nhiên, $1 \leq k \leq n$).

Số các chỉnh hợp chập k của n , kí hiệu là A_n^k , được tính bằng công thức

$$A_n^k = n \cdot (n-1) \cdots (n-k+1) \text{ hay } A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} \quad (1 \leq k \leq n).$$

Chú ý

- Hoán vị sắp xếp tất cả các phần tử của tập hợp, còn chỉnh hợp chọn ra một số phần tử và sắp xếp chúng.

- Mỗi hoán vị của n phần tử cũng chính là một chỉnh hợp chập n của n phần tử đó. Vì vậy $P_n = A_n^n$.

Ví dụ 2. Một lớp có 30 học sinh, giáo viên cần chọn lần lượt 4 học sinh trồng bốn cây khác nhau để tham gia lễ phát động Tết trồng cây của trường. Hỏi giáo viên có bao nhiêu cách chọn?

3. TỔ HỢP

Một tổ hợp chập k của n là một cách chọn k phần tử từ một tập hợp n phần tử (với k, n là các số tự nhiên, $0 \leq k \leq n$).

Số các tổ hợp chập k của n , kí hiệu là C_n^k , được tính bằng công thức $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$ ($0 \leq k \leq n$).

Chú ý: - $C_n^k = \frac{A_n^k}{k!}$.

- Chỉnh hợp và tổ hợp có điểm giống nhau là đều chọn một số phần tử trong một tập hợp, nhưng khác nhau ở chỗ, chỉnh hợp là chọn có xếp thứ tự, còn tổ hợp là chọn không xếp thứ tự.

Ví dụ 3. Có 7 bạn học sinh muốn chơi cờ cá ngựa, nhưng mỗi ván chỉ có 4 người chơi. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 4 bạn chơi cờ cá ngựa?

4. ỨNG DỤNG HOÁN VỊ, CHỈNH HỢP, TỔ HỢP VÀO CÁC BÀI TOÁN ĐẾM

Các khái niệm hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp liên quan mật thiết với nhau và là những khái niệm cốt lõi của các phép đếm. Rất nhiều bài toán đếm liên quan đến việc lựa chọn, việc sắp xếp, vì vậy các công thức tính P_n, A_n^k, C_n^k sẽ được dùng rất nhiều.

5. SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY

Ta có thể dùng máy tính cầm tay để tính số các hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp.

B. LUYỆN TẬP

Dạng 1. Tính số các hoán vị

Câu 1. Trong giờ học thể dục, thầy giáo yêu cầu cả lớp chia thành các nhóm tự luyện tập. Nhóm bạn An có bao nhiêu cách xếp thành một hàng dọc? Biết nhóm của An có 6 người.

Câu 2. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ta lập được bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau?

Câu 3. Một tổ có 8 học sinh gồm 4 nữ và 4 nam. Có bao nhiêu cách xếp các học sinh trong tổ:

- a) Thành một hàng dọc?
- b) Thành một hàng dọc sao cho nam, nữ đứng xen kẽ nhau?

Câu 4. Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5, lập các số có năm chữ số khác nhau.

- a) Có thể lập được bao nhiêu số như vậy?
- b) Trong số đó có bao nhiêu số chẵn?

Câu 5. Rút gọn:

$$A = \frac{12!5!}{10!6!} \qquad B = \frac{(n-1)! \cdot (n+1)!}{n!(n-2)!} \qquad C = \frac{P_n - P_{n-1}}{(n-2)!}$$

Câu 6. Tính số các số tự nhiên đôi một khác nhau có 6 chữ số tạo thành từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 sao cho 2 chữ số 3 và 4 đứng cạnh nhau

Dạng 2. Tính số các chỉnh hợp

Câu 7. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ta lập được bao nhiêu số tự nhiên:

- a) Gồm 10 chữ số đôi một khác nhau?
- b) Gồm 6 chữ số đôi một khác nhau?

Câu 8. 90 học sinh được trường tổ chức cho đi xem kịch ở rạp hát thành phố. Các ghế ở rạp được sắp thành các hàng. Mỗi hàng có 30 ghế.

- a) Có bao nhiêu cách sắp xếp 30 học sinh để ngồi vào hàng đầu tiên?
- b) Sau khi sắp xếp xong hàng đầu tiên, có bao nhiêu cách sắp xếp 30 học sinh để ngồi vào hàng thứ hai?
- c) Sau khi sắp xếp xong hai hàng đầu, có bao nhiêu cách sắp xếp 30 học sinh để ngồi vào hàng thứ ba?

Câu 9. Tính:

- a) A_5^3 ,
- b) A_7^4 ;
- c) A_5^2 .

Câu 24. Giải phương trình

a. $\frac{n!}{(n-2)!} - \frac{n!}{(n-1)!} = 3$

b. $3.A_n^2 - A_{2n}^2 + 42 = 0$

c. $C_{x+1}^{x-2} + 2C_{x-1}^3 = 7(x-1)$

d. $P_x.A_x^2 + 72 = 6(2.P_x + A_x^2)$

Câu 25. Giải bất phương trình sau:

a. $2C_{x+1}^2 + 3A_x^2 < 30$

b. $A_x^3 + 15 < 15n$

c. $C_{n+1}^{n-2} - C_{n+1}^{n-1} \leq 100$

Câu 26. Giải phương trình sau: $C_{x-1}^3 - C_{x-1}^2 = \frac{2}{3}A_{x-2}^2$

Câu 27. Giải phương trình sau: $C_n^6 + 3C_n^7 + 3C_n^8 + C_n^9 = 2C_{n+2}^8$

TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP

Câu 28. Cho k, n là các số nguyên dương, $k \leq n$. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào sai?

A. $C_n^k = \frac{A_n^k}{k!}$.

B. $C_n^k = C_n^{n-k}$.

C. $C_n^k = \frac{A_n^k}{(n-k)!}$.

D. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Câu 29. Từ các chữ số 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau?

A. 256.

B. 720.

C. 120.

D. 24.

Câu 30. Cho tập hợp X gồm 10 phần tử. Số các hoán vị của 10 phần tử của tập hợp X là

A. 10!.

B. 10^2 .

C. 2^{10} .

D. 10^{10} .

Câu 31. Số các số có 6 chữ số khác nhau không bắt đầu bởi 12 được lập từ 1; 2; 3; 4; 5; 6 là

A. 720.

B. 966.

C. 696.

D. 669.

Câu 32. Cho tập $M = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Số các số tự nhiên gồm 4 chữ số phân biệt lập từ M là.

A. 4!.

B. A_9^4 .

C. 4^9 .

D. C_9^4 .

Câu 33. Từ các chữ số 2, 3, 4 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 9 chữ số, trong đó chữ số 2 có mặt 2 lần, chữ số 3 có mặt 3 lần, chữ số 4 có mặt 4 lần?

A. 1260.

B. 40320.

C. 120.

D. 1728.

Câu 34. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục?

A. 48.

B. 72.

C. 54.

D. 36.

Câu 35. Trong một đa giác lồi n cạnh, số đường chéo của đa giác là.

A. C_n^2 .

B. A_n^2 .

C. $A_n^2 - n$.

D. $C_n^2 - n$.

Câu 36. Có bao nhiêu cách cắm 3 bông hoa có khác nhau vào 5 lọ khác nhau sao cho mỗi lọ cắm không quá một bông?

A. A_5^3 .

B. 3!.

C. C_5^3 .

D. A_5^2 .

Câu 37. Cho đa giác đều 2018 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác có đỉnh là đỉnh của đa giác và có một góc lớn hơn 100° ?

- A. $2018.C_{897}^3$. B. C_{1009}^3 . C. $2018.C_{895}^3$. D. $2018.C_{896}^3$.

Câu 38. Nghiệm của phương trình $A_x^2 - A_x^1 = 3$ là

- A. $x = -1$. B. $x = 3$. C. $x = -1$ và $x = 3$. D. $x = 1$.

Câu 39. Nghiệm của phương trình $2x + C_x^3 = A_{x+1}^2$ là

- A. $x = 9$. B. $x = 8$. C. $x = 11$. D. $x = 10$.

Câu 40. Biết $A_n^2 + C_n^3 = 50 (n \in \mathbb{N}^*)$, khi đó giá trị của n là

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 7

Câu 41. Tính tổng tất cả các số nguyên dương n thỏa mãn $A_n^2 - 3C_n^2 = 15 - 5n$.

- A. 13. B. 10. C. 12. D. 11.

Câu 42. Cho số tự nhiên n thỏa mãn $C_n^2 + A_n^2 = 9n$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. n chia hết cho 7. B. n chia hết cho 5. C. n chia hết cho 2. D. n chia hết cho 3.

Câu 43. Tìm số tự nhiên n thỏa mãn $C_{n+5}^n = 5A_{n+3}^3$.

- A. $n = 14$. B. $n = 17$. C. $n = 20$. D. $n = 15$.

Câu 44. Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} C_{x+1}^{y+1} = C_{x+1}^y \\ 3C_{x+1}^{y+1} = 5C_{x+1}^{y-1} \end{cases}$$

- A. $x = 6; y = 3$. B. $x = 2; y = 1$. C. $x = 2; y = 5$. D. $x = 1; y = 3$.

Câu 45. Giải bất phương trình (ẩn n thuộc tập số tự nhiên) $A_{n+1}^3 + C_{n+1}^{n-1} < 14(n+1)$.

- A. $2 \leq n \leq 5$. B. $0 \leq n \leq 2$. C. $1 \leq n \leq 5$. D. $2 \leq n < 4$.

Câu 46. Giải bất phương trình (ẩn n thuộc tập số tự nhiên) $C_{n+2}^{n-1} + C_{n+2}^n > \frac{5}{2}A_n^2$.

- A. $n \geq 2$. B. $n \geq 3$. C. $n \geq 5$. D. $n \geq 4$.

Câu 47. Giải bất phương trình sau: $\frac{1}{2}A_{2x}^2 - A_x^2 \leq \frac{6}{x}C_x^3 + 10$.

- A. $3 \leq x \leq 4$. B. $3 \leq x$. C. $x \leq 4$. D. $x > 4, x < 3$.

Câu 48. Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 2A_y^x + 5C_y^x = 90 \\ 5A_y^x - 2C_y^x = 80 \end{cases}$$

- A. $x = 1; y = 3$. B. $x = 1; y = 5$. C. $x = 2; y = 1$. D. $x = 2; y = 5$.

Giáo viên: Nguyễn Thành Long

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 10

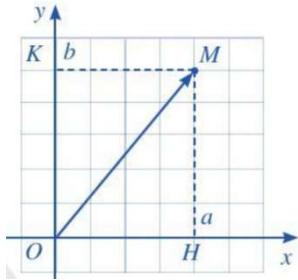
TOA ĐỘ CỦA VÉC - TƠ

Tài liệu lớp học 10A1 - 18h00 - 21h15 - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:.....Ngày học:.....

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Toạ độ của một điểm, của một véc tơ.



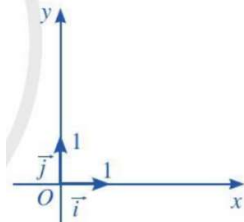
+ Toạ độ của điểm $M(a;b)$, cũng là toạ độ của véc- tơ \overrightarrow{OM} :

+ Cách ghi: $\overrightarrow{OM} = (a;b)$ hoặc $\overrightarrow{OM}(a;b)$:

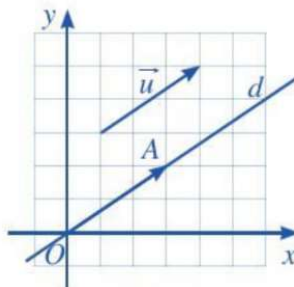
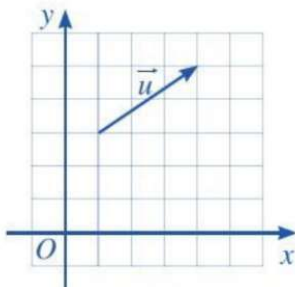
a gọi là hoành độ của vector \overrightarrow{OM} và

b gọi là tung độ của vector \overrightarrow{OM}

+ Vector \vec{i} có điểm gốc là O và có toạ độ $\vec{i} = (1;0)$ gọi là vector đơn vị trên trục Ox; vector \vec{j} có điểm gốc là O và có toạ độ $\vec{j} = (0;1)$ gọi là vector đơn vị trên trục Oy.



- Với mỗi vector \vec{u} trong mặt phẳng toạ độ Oxy, toạ độ của vector \vec{u} là toạ độ của điểm A , trong đó A là điểm sao cho $\overrightarrow{OA} = \vec{u}$. Nếu \vec{u} có toạ độ $(a;b)$ thì ta viết $\vec{u} = (a;b)$ hay $\vec{u}(a;b)$, trong đó a, b lần lượt là hoành độ, tung độ của vector \vec{u} .



- Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, nếu $\vec{u} = (a;b)$ thì $\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j}$. Ngược lại, nếu $\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j}$ thì $\vec{u} = (a;b)$.

2. Hai véc tơ bằng nhau:

$$\text{Với } \vec{a} = (x_1; y_1); \vec{b} = (x_2; y_2), \text{ ta có } \vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \\ y_1 = y_2 \end{cases}.$$

3. Liên hệ giữa tọa độ của điểm và tọa độ của véc tơ

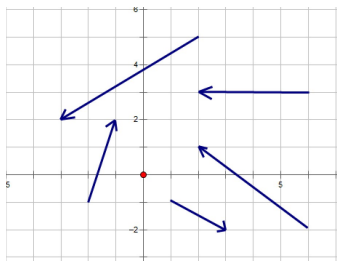
Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$.

$$\text{Ta có: } \vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A).$$

B. Bài tập

Dạng 1. Tìm tọa độ của véc tơ.

Câu 1. Tìm tọa độ của các véc- tơ trên hình vẽ.



Câu 2. Tìm tọa độ của các véc tơ sau:

a) $\vec{a} = -3\vec{i}$; b) $\vec{b} = 4\vec{j}$; c) $\vec{c} = -5\vec{i} + \vec{j}$; d) $\vec{d} = \sqrt{6}\vec{i} + \frac{1}{3}\vec{j}$.

Câu 3. Cho hai véc tơ \vec{i}, \vec{j} vuông góc có cùng độ dài bằng 1 và cho biết $\vec{a} = 4\vec{i} - \vec{j}$, $\vec{b} = \vec{i} + 4\vec{j}$. Tính tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$ và tính số đo góc (\vec{a}, \vec{b}) .

Dạng 2. Tìm đk để 2 véc tơ bằng nhau, chứng minh véc tơ bằng nhau.

Câu 4. Tìm các số thực a và b sao cho mỗi cặp véc tơ sau bằng nhau:

a) $\vec{m} = (3a - 1; 2b + 1)$ và $\vec{n} = (-4; 2)$;
b) $\vec{u} = (2a - 1; -3)$ và $\vec{v} = (3; 4b + 1)$;
c) $\vec{x} = (a + b; -2a + 3b)$ và $\vec{y} = (2a - 3; 4b)$.

Dạng 3. Tìm tọa độ của điểm thỏa mãn đk cho trước.

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(2; 3)$, $B(-1; 1)$, $C(3; -1)$.

- a) Tìm tọa độ điểm M sao cho $\vec{AM} = \vec{BC}$.
b) Tìm tọa độ trung điểm N của đoạn thẳng AC. Chứng minh $\vec{BN} = \vec{NM}$.

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC. Các điểm $M(1; -2)$, $N(4; -1)$ và $P(6; 2)$ lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB. Tìm tọa độ của các điểm A, B, C.

Câu 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tứ giác ABCD có $A(x_A; y_A); B(x_B; y_B); C(x_C; y_C); D(x_D; y_D)$.

Chứng minh rằng tứ giác ABCD là hình bình hành khi và chỉ khi $x_A + x_C = x_B + x_D$ và $y_A + y_C = y_B + y_D$.

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm không thẳng hàng $M(1; -2), N(3; 1), P(-1; 2)$. Tìm tọa độ điểm Q sao cho tứ giác MNPQ là hình thang có $MN // PQ$ và $PQ = 2MN$.

BTVN

Trắc nghiệm

Câu 9. Tọa độ của vector $\vec{u} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$ là:

- A. $(-3; 2)$. B. $(2; -3)$. C. $(-3\vec{i}; 2\vec{j})$ D. $(3; 2)$.

Câu 10. Tọa độ của vector $\vec{u} = 5\vec{j}$ là:

- A. $(5; 0)$. B. $(5; \vec{j})$. C. $(0; 5\vec{j})$. D. $(0; 5)$.

Câu 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $A(2; -5)$. Tọa độ của vector \vec{OA} là:

- A. $(2; 5)$. B. $(2; -5)$. C. $(-2; -5)$. D. $(-2; 5)$.

Câu 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $A(-1; 3), B(2; -1)$. Tọa độ của vector \vec{AB} là:

- A. $(1; -4)$. B. $(-3; 4)$. C. $(3; -4)$. D. $(1; -2)$.

Câu 13. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $\vec{u} = (-2; -4), \vec{v} = (2x - y; y)$. Hai vector \vec{u} và \vec{v} bằng nhau nếu:

- A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -3 \\ y = -4 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -3 \\ y = 4 \end{cases}$.

Câu 14. Cho hình bình hành ABCD có $A(-1; -2), B(3; 2), C(4; -1)$. Tọa độ của đỉnh D là:

- A. $(8; 3)$. B. $(3; 8)$. C. $(-5; 0)$. D. $(0; -5)$.

Tự luận

Câu 15. Tìm các số thực a và b sao cho mỗi cặp vector sau bằng nhau:

- a) $\vec{m} = (2a + 3; b - 1)$ và $\vec{n} = (1; -2)$;
b) $\vec{u} = (3a - 2; 5)$ và $\vec{v} = (5; 2b + 1)$;
c) $\vec{x} = (2a + b; 2b)$ và $\vec{y} = (3 + 2b; b - 3a)$.

Câu 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm không thẳng hàng $A(-4; 2), B(2; 4), C(8; -2)$. Tìm tọa độ của điểm D sao cho tứ giác ABCD là hình bình hành.

Giáo viên: Trần Ngọc Hà