BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 11

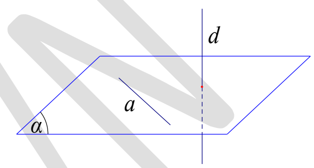
ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẲNG

Tài liệu lớp học 11A1 – 18h – 21h15 – Tối thứ năm – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên:..Ngày học:...

1. Định nghĩa

+) Đường thẳng d được gọi là vuông góc với mặt phẳng (α) nếu d vuông góc với mọi đường thẳng a chứa trong mặt phẳng (α).



+) Kí hiệu $d \perp (\alpha)$ hay $(\alpha) \perp d$.

2. Định lí

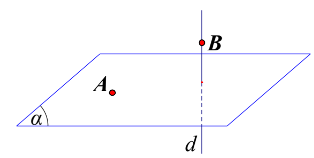
+) Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng nếu nó vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau cùng chứa trong mặt phẳng ấy.

Hệ quả: Nếu một đường thẳng vuông góc với hai cạnh của một tam giác thì nó cũng vuông góc với cạnh còn lại của tam giác đó.

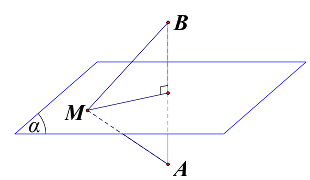
3. Tính chất

+) Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

+) Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm và vuông góc với một đường thẳng cho trước.

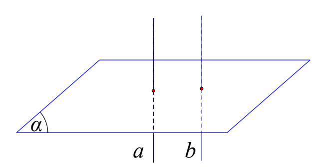


+) **Mặt phẳng trung trực của một đoạn thẳng** là mặt phẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng và vuông góc với đoạn thẳng đó.



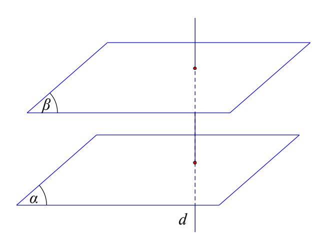
+) Một mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng thì nó cũng vuông góc với bất kì đường thẳng nào song song đường thẳng ấy.

+) Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

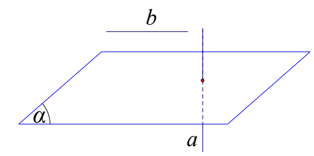


+) Một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng thì nó cũng vuông góc với bất kì mặt phẳng nào song song mặt phẳng ấy.

+) Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.



+) Một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng thì nó cũng vuông góc với bất kì đường thẳng nào song song mặt phẳng ấy.



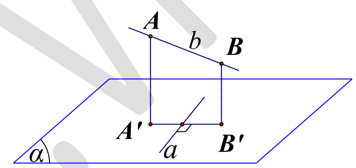
+) Nếu một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đó) cùng vuông góc với một đường thẳng khác thì chúng song song với nhau.

4. Phép chiếu vuông góc

a. Phép chiếu vuông góc

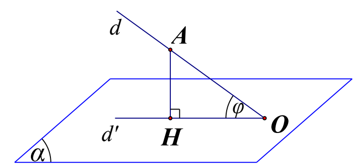
Cho đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) vuông góc với nhau. Phép chiếu song song theo phương của Δ lên mặt phẳng (α) được gọi là *phép chiếu vuông góc (gọi tắt là phép chiếu) lên mặt phẳng* (α).

b. Định lý ba đường vuông góc



Cho đường thẳng a chứa trong mặt phẳng (α) và b là đường thẳng không chứa trong (α) đồng thời không vuông góc với (α). Gọi b' là hình chiếu của b trên (α). Khi đó a vuông góc với b khi và chỉ khi a vuông góc với b'.

c. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng



Cho đường thẳng d và mặt phẳng (α).

+) Nếu đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α) thì ta nói góc giữa chúng bằng $90°$, kí hiệu $d \perp (\alpha)$.

+) Nếu đường thẳng d không vuông góc với mặt phẳng (α) thì góc giữa chúng bằng góc giữa đường thẳng d và hình chiếu vuông góc của đường thẳng d trên mặt phẳng (α).

DẠNG 1. CHỨNG MINH ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẲNG

Câu 1: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chứng minh rằng:

a. $AC' \perp (A'BD)$. b. $AC' \perp (CB'D')$.

Câu 2: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Hình chiếu của đỉnh S trùng với tâm của đáy. Gọi E là điểm đối xứng của D qua trung điểm SA. Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của AE, BC và AB. Chứng minh rằng $BD \perp (MNI)$.

DẠNG 2. CHỨNG MINH HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và có $SA \perp (ABCD)$. Chứng minh rằng $SC \perp BD$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm I, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên SC, SD. Chứng minh $HK \perp SC$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B. Biết $SA \perp (ABCD)$, $AD = 2a, AB = BC = a$. Chứng minh rằng tam giác SCD vuông.

Câu 6: Trong $mp(P)$, cho tam giác đều BCD. Gọi M là trung điểm của CD, G là một điểm thuộc đoạn thẳng BM . Lấy điểm A nằm ngoài $mp(P)$ sao cho G là hình chiếu vuông góc của A trên $mp(P)$. Chứng minh rằng $AB \perp CD$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và có $SA \perp \left(ABCD\right)$. Chứng minh rằng $AC \perp SB$.

DẠNG 3. GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG

Câu 8: Cho tứ diện đều $ABCD$. Tính côsin góc giữa AB và $mp\left(BCD\right)$.

Câu 9: Cho tam giác ABC vuông cân tại A và $BC = a$. Trên đường thẳng qua A vuông góc với $\left(ABC\right)$ lấy điểm S sao cho $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính số đo góc giữa đường thẳng SB và $\left(ABC\right)$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi , O là giao điểm của BD và AC. Biết $SO \perp \left(ABCD\right)$ và $BD = 4a$, $AC = 2a$, $\tan\widehat{SBO} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Tính số đo của góc giữa SC và $\left(ABCD\right)$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. M là trung điểm CD. Biết $SA = SC = SB = SD = a\sqrt{2}$, đường tròn ngoại tiếp $ABCD$ có bán kính bằng a. Gọi α là góc giữa SM và mặt đáy. Tính $\tan\alpha$.

Câu 12: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Điểm M thuộc tia DD' thỏa mãn $DM = a\sqrt{6}$ Tính góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$.

Câu 13: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Tính tan góc giữa đường chéo AC' và mặt phẳng $\left(A'BCD'\right)$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a có SA vuông góc với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ và $SA = a\sqrt{6}$.

a. Tính góc giữa SC và $\left(ABCD\right)$.

b. Tính tan của góc giữa SC và $\left(SAB\right)$.

c. Tính sin của góc giữa AC và $\left(SBC\right)$.

DẠNG 4. TÌM THIẾT DIỆN

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABC$, có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA = 2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi $\left(\alpha\right)$ là mặt phẳng đi qua điểm B và vuông góc với cạnh SC. Tìm thiết diện của tứ diện bị cắt bởi $\left(\alpha\right)$ và tính diện tích thiết diện đó.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và cạnh SA vuông góc với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$. Dựng thiết diện với hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng qua A và vuông góc với SC.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Gọi H là trung điểm BC, O là trung điểm của AH và G là trọng tâm của tam giác ABC. Biết SO vuông góc mặt phẳng $\left(ABC\right)$ và $SO = 2a$. Tính diện tích thiết diện với hình chóp $S.ABC$ khi cắt bởi mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua G và vuông góc với AH.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi $\left(\alpha\right)$ là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với SB. Khi đó, mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là hình gì.

Giáo viên: Trần Lê Cường

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 11

GIỚI HẠN HÀM SỐ

Tài liệu lớp học 11A1 – 18h – 21h15 – Tối thứ năm – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên:..Ngày học:..

A. Lý thuyết

1) Giới hạn của hàm số tại một điểm

a) Giới hạn hữu hạn

Cho hàm số $f\left(x\right)$ xác định trên khoảng $\left(a;\, b\right)$, có thể trừ điểm $x_0 \in \left(a;\, b\right)$. Nếu với mọi dãy số $\left(x_n\right)$ mà $x_n \in \left(a;\, b\right)\setminus\left\{x_0\right\}$; $\lim x_n = x_0$ ta đều có $\lim f\left(x_n\right) = L$ thì ta nói hàm số $f\left(x\right)$ có giới hạn là số L khi x dần đến x_0. Khi đó ta kí hiệu $\lim\limits_{x\to x_0} f\left(x\right) = L$ hoặc $f\left(x\right)\to L$ khi $x\to x_0$.

b) Giới hạn vô cực

Tương tự như các điều đã nêu trong phần a, nếu L là $\pm\infty$ thì ta nói $f\left(x\right)$ có giới hạn vô cực khi $x\to x_0$ và kí hiệu $\lim\limits_{x\to x_0} f\left(x\right) = \pm\infty$ hay $f\left(x\right)\to\pm\infty$ khi $x\to x_0$.

2) Giới hạn của hàm số tại vô cực

Cho hàm số $f\left(x\right)$ xác định trong khoảng $\left(a;\, +\infty\right)$. Khi đó nếu với mọi dãy số $\left(x_n\right)$ với

$x_n > a\forall n,\ \lim x_n = +\infty$ ta đều có

$\lim f\left(x_n\right) = L$ (hoặc $+\infty,\, -\infty$) ta nói hàm số $f\left(x\right)$ có giới hạn là L (hoặc $+\infty,\, -\infty$) khi x dần tới vô cực. Khi đó viết $\lim\limits_{x\to+\infty} = L$ (hay $\pm\infty$) hoặc $f\left(x\right)\to L$ (hay $\pm\infty$)

Khi $x\to+\infty$ hàm số $f\left(x\right)$ trong $\left(-\infty;\, b\right)$, với mọi dãy $\left(x_n\right)$ mà $x_n < b \lim x_n = -\infty$ ta đều có $\lim f\left(x_n\right) = L$ (hay $\pm\infty$) thì ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right) = L$ (hay $\pm\infty$) hoặc $f\left(x\right)\to L$ (hay $\pm\infty$) khi $x\to-\infty$

Một số giới hạn của hàm số tại vô cực

* $\lim\limits_{x\to\pm\infty} c = c$; $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{c}{x} = 0$ với c là hằng số

* $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{x} = 0,\ \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x} = 0$

* $\lim\limits_{x\to+\infty} x^k = +\infty$ (với $k \in \mathbb{N}*$); $\lim\limits_{x\to-\infty} x^k = +\infty$ nếu k chẵn và $= -\infty$ nếu k lẻ.

* $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{x^k} = \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x^k}\ \left(k\in\mathbb{N}*\right)$

3) Một số định lí về giới hạn hữu hạn

Định lí 1: Nếu $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=L,\ \lim\limits_{x\to x_0} g(x)=M$, c là hằng số thì

* $\lim\limits_{x\to x_0}\left[f(x)\pm g(x)\right]=L\pm M$

* $\lim\limits_{x\to x_0}\left[f(x).g(x)\right]=L.M$ và $\lim\limits_{x\to x_0} c.f(x)=c.L$ (c là hằng số)

* Nếu $M\neq 0$ thì $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{L}{M}$

* $\lim\limits_{x\to x_0}\left|f(x)\right|=\left|L\right|$

* $\lim\limits_{x\to x_0}\sqrt[3]{f(x)}=\sqrt[3]{L}$

* $\lim\limits_{x\to x_0}\sqrt{f(x)}=\sqrt{L}$ với $L\geq 0$

Định lí 2: (Nguyên lí kẹp)

Cho hàm số $f(x), g(x), h(x)$ xác định trên K chứa điểm x_0 (có thể các hàm đó không xác định tại x_0).

Nếu $g(x)\leq f(x)\leq h(x)\quad \forall x\in K$ và $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=\lim\limits_{x\to x_0} h(x)=L$ thì $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=L$.

Các giới hạn đặc biệt

+ $\lim\limits_{\substack{x\to+\infty\\(x\to-\infty)}} x^{2k}=+\infty$; $\lim\limits_{\substack{x\to+\infty\\(x\to-\infty)}} x^{2k+1}=+\infty\ (-\infty)$

+ $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=+\infty\ (-\infty)\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{k}{f(x)}=0\ \ (k\neq 0)$.

4. Giới hạn vô cực

a) Quy tắc 1. Cho $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\pm\infty; \lim\limits_{x\to x_0} g(x)=L\neq 0$. Ta có:

$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$	Dấu của L	$\lim\limits_{x\to x_0}\left[f(x).g(x)\right]$
$+\infty$	$\pm$	$\pm\infty$
$-\infty$	$\pm$	$\mp\infty$

b) Quy tắc 2. Cho $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=L; \lim\limits_{x\to x_0} g(x)=0; L\neq 0$. Ta có:

Dấu của L	Dấu của $g(x)$	$\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{g(x)}$
$+$	$\pm$	$\pm\infty$
$-$	$\pm$	$\mp\infty$

II. Giới hạn một bên

1. Giới hạn hữu hạn

a) Định nghĩa 1

Giả sử hàm số f xác định trên khoảng $(x_0;b),(x_0 \in R)$. Ta nói rằng hàm số f có giới hạn bên phải là số thực L khi x dần đến x_0 (hoặc tại điểm x_0) nếu với mọi dãy số bất kì (x_n) những số thuộc khoảng $(x_0;b)$ mà $\lim x_n = x_0$ ta đều có $\lim f(x_n) = L$. Khi đó ta viết

$\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x) = L$ hoặc $f(x) \to L$ khi $x \to x_0^+$.

b) Định nghĩa 2

Giả sử hàm số f xác định trên khoảng $(a;x_0),(x_0 \in R)$. Ta nói rằng hàm số f có giới hạn bên trái là số thực L khi x dần đến x_0 (hoặc tại điểm x_0) nếu với mọi dãy bất kì (x_n) những số thuộc khoảng $(a;x_0)$ mà $\lim x_n = x_0$ ta đều có $\lim f(x_n) = L$ Khi đó ta viết

$\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x) = L$ hoặc $f(x) \to L$ khi $x \to x_0^-$.

Chú ý:

1. $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = L \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to x_0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to x_0^+} f(x) = L$.

2. Các định lí về giới hạn của hàm số vẫn đúng khi thay $x \to x_0$ bởi $x \to x_0^-$ hoặc $x \to x_0^+$.

2. Giới hạn vô cực

+ Các định nghĩa $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x) = +\infty$ và $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x) = -\infty$ được phát biểu tương tự như định nghĩa 1 và định nghĩa 2.

+ Các chú ý 1 và 2 vẫn đúng nếu thay L bởi $+\infty$ hoặc $-\infty$.

B. Bài tập

Dạng 1. Sử dụng định nghĩa giới hạn dãy số và những quy tắc cơ bản

Phương pháp giải:

* Theo định nghĩa thì giới hạn hàm số $f(x)$ trên cơ sở giới hạn các dãy $f(x_n)$.

Nếu có 2 dãy x_n và x_n' cùng tiến đến x_0 mà $\lim f(x_n) \neq \lim f'(x_n')$ thì không tồn tại $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$

* Với mọi số nguyên dương *k*, ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} x^k = +\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty} x^{2k} = +\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} x^{2k+1} = -\infty$, $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{1}{x^k} = 0$

* Xác định dấu $+\infty$ hoặc $-\infty$ dựa trên dấu của tích số, thương số, $x \to x_0^+$, $x \to x_0^-$, $x \to \pm\infty$

Câu 1. Tính giới hạn của các hàm số

a) $f\left(x\right)=\dfrac{x^2+1}{2\sqrt{x}}$ khi $x\to 3$

b) $f\left(x\right)=\dfrac{x^2+3x-10}{2x^2-x-6}$ khi $x\to 2$

Câu 2. Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to -3}\left(\dfrac{x^2-1}{x+1}\right)$

b) $\lim\limits_{x\to -2}\left(\dfrac{4-x^2}{x+2}\right)$

c) $\lim\limits_{x\to 6}\left(\dfrac{\sqrt{x+3}-3}{x-6}\right)$

Câu 3. Tìm các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\dfrac{2x-6}{4-x}\right)$

b) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\dfrac{17}{x^2+1}\right)$

c) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\dfrac{2x^2+x-1}{3+x}\right)$

Câu 4. Tính các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{x\to 2}\left(2x+3\right)$

b) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{\sqrt{1-x}+2x}{x+1}$

c) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+4x+1}{x^2-x+1}$

Câu 5. Tính các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{x\to -1}\left(\sqrt{x+2}+\sqrt[3]{x}\right)$

b) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{\sqrt{1-x}+2x}{x+1}$

c) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+4x+1}{x^2-x+1}$

Câu 6. Chứng minh rằng không tồn tại giới hạn $\lim\limits_{x\to 0}\left(\sin\dfrac{1}{x}\right)$

Dạng 2. Khử dạng vô định về 0/0

Xét bài toàn: Tính $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f\left(x\right)}{g\left(x\right)}$ khi $\lim\limits_{x\to x_0}f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to x_0}g\left(x\right)=0$, trong đó $f\left(x\right), g\left(x\right)$ là các đa thức và căn thức.

Phương pháp giải:

Phân tích tử và mẫu thành các nhân tử và giản ước: $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f\left(x\right)}{g\left(x\right)}=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\left(x-x_0\right).A\left(x\right)}{\left(x-x_0\right).B\left(x\right)}=\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{A\left(x\right)}{B\left(x\right)}$

Nếu $A\left(x\right), B\left(x\right)$ đều chứa nhân tử $x-x_0$ ta sẽ tiếp tục phân tích thành các nhân tử.

Chú ý:

- Với $f\left(x\right), g\left(x\right)$ là đa thức (thường là hàm số bậc hai, bậc ba, bậc bốn…) thì ta phân tích nhân tử bằng việc giải phương trình $f\left(x\right)=g\left(x\right)=0$

- Với $f\left(x\right), g\left(x\right)$ là căn thức, ta sẽ sử dụng phương pháp nhân liên hợp (liên hợp số hoặc liên hợp biến) để phân tích nhân tử.

- Sử dụng các hằng đẳng thức, nhóm số hạng, phân tích ra thừa số bậc 2, chia đa thức, sơ đồ Hoócne,…

- Chia tách thành các phân thức bằng cách thêm bớt đại lượng đơn giản nhất theo x hoặc hằng số mà các giới hạn mới vẫn giữ nguyên dạng vô định $\dfrac{0}{0}$.

- Nếu $\lim\limits_{x\to x_0} f\left(x\right)+\infty$; $\lim\limits_{x\to x_0} g\left(x\right)=+\infty$ thì $\lim\limits_{x\to x_0}\left[\left(x\right)+g\left(x\right)\right]=+\infty$; $\lim\limits_{x\to x_0}\left[\left(x\right).g\left(x\right)\right]=+\infty$

Câu 7. Tìm các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-3x+2}{x-2}$ b) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-2x}{-2x^2+6x-4}$

c) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-3x+2}{x^4-4x+3}$ d) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-x^2-x+1}{-x^2+3x-2}$

Câu 8. Tìm giới hạn các hàm số sau:

a) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^4-x^2-72}{x^2-2x-3}$ b) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^3-5x^2+3x+9}{x^4-8x^2-9}$

c) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-5x^2+4x^6}{\left(1-x\right)^2}$ d) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x^4-a^4}{x-a}$

Câu 9. Tính các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-16}{x^2+x-20}$ b) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{4-x^2}{x^3+8}$ c) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2+3x+2}{2x^2+x-6}$

Câu 10. Tính các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-3x+2}{x^3-x^2-x+1}$ b) $\lim\limits_{x\to -1}=\dfrac{x^3-x^2+2x+4}{x^2-3x-4}$ c) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4-6x^2-27}{x^3+3x^2+x+3}$

Câu 11. Tính các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-3x+2}{x^4-4x+3}$ b) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{4x^2+x-18}{x^3-8}$ c) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^4-x^2-72}{x^2-2x-3}$

Câu 12. Tính các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{2}{x^2-1}-\dfrac{1}{x-1}\right)$ b) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{1-x}-\dfrac{3}{1-x^3}\right)$ c) $\lim\limits_{x\to -2}\left(\dfrac{1}{x+2}+\dfrac{4}{x^2-4}\right)$

Câu 13. Tìm giới hạn các hàm số sau

a) $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{\sqrt{x-3}-2}{49-x^2}$ b) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2-\sqrt{x+2}}{x^2-3x+2}$ c) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{2x+7}-3}{x^3-4x^2+3}$

Câu 14. Tìm giới hạn các hàm số sau

a) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{1-\sqrt{x^2+3}}{-x^2+3x-2}$ b) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{\sqrt{4x+1}-3}{x^2-4}$ c) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x-\sqrt{x+2}}{x^3-8}$

Câu 15. Tìm giới hạn các hàm số sau

a) $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{\sqrt[3]{x}+1}{2x^3+5x+3}$ b) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1-\sqrt[3]{1-x}}{2x+x^2}$

c) $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{\sqrt[3]{2x+12}+x}{x^2+2x}$ d) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt[4]{x}-1}{x^3+x^2-2}$

Câu 16. Tính các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{2x+7}+x-4}{x^3-4x^2+3}$ b) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^3-\sqrt{3x-2}}{x^2-1}$ c) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{x^2+3}+x^3-3x}{x-1}$

Câu 17. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{\sqrt{1+mx}-\sqrt{1+mx^2}}{5x}$. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x)$ có giới hạn bằng 1 khi x dần tới 0

Giáo viên: Nguyễn Thành Long