

Toán lớp 9: Nền tảng chuyên  
CHUYÊN ĐỀ THĂNG HÀNG

Tài liệu lớp học Zoom 9A0 - 18h - 21h15 - Tối chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:..... Ngày học:.....

**Câu 1.** Cho tam giác  $ABC$ , trên cạnh  $AC$  lấy điểm  $D$ . Gọi  $O, O_1, O_2$  lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp các tam giác  $ABC, ABD, BCD$ . Gọi  $M, N, K$  lần lượt là giao điểm của  $OO_1$  với  $AB, O_1O_2$  với  $BD, OO_2$  với  $BC$ . Chứng minh rằng ba điểm  $M, N, K$  thẳng hàng.

**Câu 2.** Cho tứ giác  $ABCD$  nội tiếp đường tròn đường kính  $AB$ .  $I$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ . Vẽ  $IE \perp AB$  tại  $E, CE$  cắt  $BD$  ở  $K$ . Đường thẳng vuông góc với  $BK$  tại  $K$  cắt  $AC$  ở  $M$ . Gọi  $N$  là điểm đối xứng của  $A$  qua  $D$ . Chứng minh  $B, M, N$  thẳng hàng.

**Câu 3.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ , đường tròn  $(O)$  tiếp xúc với  $AB$  tại  $B$  cắt đường tròn  $(O')$  tiếp xúc  $AC$  tại  $C$  ở  $D, E$ . Chứng minh  $A, D, E$  thẳng hàng.

**Câu 4.** Cho hai đường tròn  $(O)$  và  $(O')$  cắt nhau tại  $A$  và  $B$  ( $O$  và  $O'$  nằm khác phía với  $AB$ ). Vẽ  $CD$  là tiếp tuyến chung của hai đường tròn ( $C \in (O), D \in (O'), A, C, D$  nằm cùng phía với  $OO'$ ). Đường thẳng  $C$  song song với  $AD$  cắt đường thẳng qua  $D$  song song với  $AC$  ở  $E$ . Chứng minh ba điểm  $A, B, E$  thẳng hàng.

**Câu 5.** Cho tam giác  $ABC$  ( $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn tâm  $O$ .  $M$  là điểm nằm trên cung  $BC$  không chứa điểm  $A$ . Gọi  $D, E, F$  lần lượt là hình chiếu của  $M$  trên  $BC, CA, AB$ . Chứng minh rằng: Chứng minh  $D, E, F$  thẳng hàng.

**Câu 6.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  nội tiếp đường tròn tâm  $O$ . Tiếp tuyến của đường tròn tâm  $O$  tại điểm  $C$  cắt các đường thẳng  $AB$  và  $AD$  theo thứ tự tại  $M, N$ . Gọi  $H$  là chân đường cao hạ từ  $A$  xuống  $BD$ ,  $K$  là giao điểm của hai đường thẳng  $MN$  và  $BD$ .

a) Chứng minh tứ giác  $AHCK$  là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh:  $AD \cdot AN = AB \cdot AM$

c) Gọi  $E$  là trung điểm của  $MN$ . Chứng minh ba điểm  $A, H, E$  thẳng hàng

**Câu 7.** Cho tam giác  $ABC$  không có góc tù ( $AB < AC$ ), nội tiếp đường tròn  $(O; R)$ . ( $B, C$  cố định,  $A$  di động trên cung lớn  $BC$ ). Các tiếp tuyến tại  $B$  và  $C$  cắt nhau tại  $M$ . Từ  $M$  kẻ đường thẳng song song với  $AB$ , đường thẳng này cắt  $(O)$  tại  $D$  và  $E$  ( $D$  thuộc cung nhỏ  $BC$ ), cắt  $BC$  tại  $F$ , cắt  $AC$  tại  $I$ .

a) Chứng minh rằng  $\widehat{MBC} = \widehat{BAC}$ . Từ đó suy ra  $MBIC$  là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh rằng:  $FI \cdot FM = FD \cdot FE$ .

c) Đường thẳng  $OI$  cắt  $(O)$  tại  $P$  và  $Q$  ( $P$  thuộc cung nhỏ  $AB$ ). Đường thẳng  $QF$  cắt  $(O)$  tại  $T$  ( $T$  khác  $Q$ ). Chứng minh ba điểm  $P, T, M$  thẳng hàng.

**Câu 8.** Cho tứ giác  $ABCD$  nội tiếp đường tròn  $(O)$ . Gọi  $E$  là giao điểm của  $AB, CD$ ;  $F$  là giao điểm của  $AC, BD$ . Các tiếp tuyến với  $(O)$  tại  $B, C$  cắt nhau tại  $M$ . Chứng minh  $E, M, F$  thẳng hàng.

**Câu 9.** Cho tam giác  $ABC$  ( $AB < AC$ ). Đường tròn  $(O)$  đường kính  $BC$  cắt  $AB, AC$  lần lượt tại  $D$  và  $E$ . Gọi  $H$  là giao điểm của  $E$  và  $CD$ . Đường thẳng qua  $O$  và vuông góc với  $CE$  cắt đường thẳng vuông góc với  $BC$  tại  $C$  ở  $M$ . Gọi  $N$  là trung điểm của  $AH$ . Chứng minh  $M, N, E$  thẳng hàng.

**Câu 10.** Cho tam giác nhọn  $ABC$  ( $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn  $(O)$ , các đường cao  $AD$  và  $CE$  cắt nhau tại  $H$ . Đường tròn  $(I)$  ngoại tiếp tam giác  $BHD$  cắt đường tròn  $(O)$  ở  $M$  ( $M$  khác  $B$ ). Vẽ đường kính  $BF$  của đường tròn  $(O)$ . Chứng minh  $M, H, F$  thẳng hàng.

**Câu 11.** Cho đường tròn  $(I)$  nội tiếp tam giác  $ABC$ .  $D, E, F$  lần lượt là các tiếp điểm của đường tròn  $(I)$  với các cạnh  $BC, CA, AB$ . Đường thẳng qua  $F$  song song với  $BC$  cắt  $DE$  tại  $K$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $FK$ . Chứng minh  $A, M, D$  thẳng hàng.

**Câu 12.** Cho tam giác  $ABC$  nhọn nội tiếp đường tròn  $(O)$  ( $AB < AC$ ),  $H$  là trực tâm tam giác  $ABC$ . Đường tròn đường kính  $AH$  cắt đường tròn  $(O)$  ở  $K$  ( $K$  khác  $A$ ). Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Chứng minh rằng  $M, H, K$  thẳng hàng.

**Giáo viên: Thầy Mẫn**

Toán lớp 9: Nền tảng chuyên  
GIẢI PHƯƠNG TRÌNH, HỆ PHƯƠNG TRÌNH VÔ TỈ

Tài liệu lớp học Zoom 9A0 - 18h - 21h15 - Tối chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:..... Ngày học:.....

Câu 1. Giải pt  $\sqrt{3-4x} + \sqrt{4x+1} = -16x^2 - 8x + 1$

Câu 2. Giải phương trình:  $\sqrt{2x+3} = \frac{8x^3 + 4x}{2x+5}$ .

Câu 3. Giải pt  $(\sqrt{x+5} - \sqrt{x-2})(1 + \sqrt{x^2 + 3x - 10}) = 7$

Câu 4. Giải phương trình  $x^2 + x + 24 - 2x\sqrt{2x+3} = 6\sqrt{12-x}$ .

Câu 5. Giải pt  $x^2 - 3x + 1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\sqrt{x^4 + x^2 + 1} = 0$ .

Câu 6. Giải pt  $x + 2 = 3\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1+x}$

Câu 7. Giải hệ pt: 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - xy = 2 \\ x^3 = x + y \end{cases}$$

Câu 8. Giải hệ 
$$\begin{cases} \frac{(x-y)^2 - 1}{xy} - \frac{2(x+y-1)}{x+y} = -4 \\ 4x^2 + 5y + \sqrt{x+y-1} + 6\sqrt{x} = 13 \end{cases}$$

Câu 9. Giải hệ 
$$\begin{cases} (y-2x)(1-y-x) = 2x^2 - x \\ x(y-1) + \sqrt[3]{x^2 - y} = 2 \end{cases}$$

Câu 10. Giải hệ 
$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y-3)^2 = 1 \\ (x-1)(y-3) - x - y = -3 \end{cases}$$

Câu 11. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} \sqrt{2x-y-1} + \sqrt{3y+1} = \sqrt{x} + \sqrt{x+2y} \\ x^3 - 3x + 2 = 2y^3 - y^2 \end{cases}$$

Câu 12. Giải hệ 
$$\begin{cases} x + \sqrt{x^2 + 1} = 2y + 1 \\ y + \sqrt{y^2 + 1} = 2x + 1 \end{cases}$$

Câu 13. Giải hệ 
$$\begin{cases} \sqrt{2x+1} + \sqrt{2y+1} = \frac{(x-y)^2}{2} \\ (3x+2y)(y+1) = 4-x^2 \end{cases}$$

Câu 14. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} (x+y)^2(8x^2 + 8y^2 + 4xy - 13) + 5 = 0 \\ 2x + \frac{1}{x+y} = 1 \end{cases}$$

Câu 15. Giải hệ 
$$\begin{cases} xy - 2x + y = 6 \\ (x+1)^2 + (y-2)^2 = 8 \end{cases}$$

Câu 16. Giải hệ 
$$\begin{cases} x^3 + 2xy^2 + 12y = 0 \\ 8y^2 + x^2 = 12 \end{cases}$$

Giáo viên: Trần Ngọc Hà