

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
HỆ THỨC VI - ET VÀ ỨNG DỤNG

Tài liệu lớp zoom 9.2 - 18h - 21h15 - Tối chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: Ngày học:

• **Định lí Vi-et thuận:** Nếu x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ thì:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

• **Định lí Vi-et đảo:** Nếu hai số có tổng bằng S và tích bằng P ($S^2 - 4P \geq 0$) thì hai số đó là hai nghiệm của phương trình: $X^2 - SX + P = 0$.

Chú ý:

Giải phương trình bằng cách nhẩm nghiệm:

• Nếu nhẩm được: $m + n = \frac{-b}{a}$; $m \cdot n = \frac{c}{a}$ thì phương trình có 2 nghiệm là m và n .

Ví dụ: Phương trình $x^2 - 5x + 6 = 0$ có $-2 + (-3) = -5$; $(-2) \cdot (-3) = 6$ nên -2 và -3 là hai nghiệm của phương trình.

• Nếu phương trình $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ có $a + b + c = 0$ thì phương trình có nghiệm là 1 và $\frac{c}{a}$.

Ví dụ: Phương trình $3x^2 + 5x - 8 = 0$ có $3 + 5 + (-8) = 0$ nên 1 và $\frac{-8}{3}$ là hai nghiệm của phương trình

• Nếu phương trình $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ có $a - b + c = 0$ thì phương trình có nghiệm là -1 và $\frac{-c}{a}$.

Ví dụ: Phương trình $x^2 - 5x - 6 = 0$ có $1 - (-5) + (-6) = 0$ nên -1 và 6 là hai nghiệm của phương trình

Dạng 1. Nhẩm nghiệm giải phương trình bậc 2.

Câu 1. Tìm hai nghiệm của phương trình $x^2 - 10x + 16 = 0$ bằng cách nhẩm nghiệm.

Câu 2. Tìm hai nghiệm của phương trình $4x^2 - 5x + 1 = 0$ bằng cách nhẩm nghiệm.

Câu 3. Tìm hai nghiệm của phương trình $2x^2 - 3x - 5 = 0$ bằng cách nhẩm nghiệm.

Câu 4. Nhẩm nghiệm của các phương trình sau:

a. $3x^2 + 8x - 11 = 0$.

b. $2x^2 + 5x + 3 = 0$.

Dạng 2. Không giải phương trình tính giá trị của biểu thức đối xứng với hai nghiệm.

Biểu thức dạng đối xứng của các nghiệm là biểu thức nếu trong biểu thức thay nghiệm x_1 bởi nghiệm x_2 thì biểu thức không thay đổi.

Ví dụ. $P = x_1^3 + x_2^3$; $Q = x_1x_2^2 + x_2x_1^2$

Phương pháp

- Biến đổi biểu thức của các nghiệm về biểu thức chỉ chứa các thành phần là tổng các nghiệm và tích các nghiệm.
- Áp dụng định lý Vi-et thuận để tính tổng và tích của các nghiệm.
- Thay giá trị tổng và tích của các nghiệm vào biểu thức và tính giá trị biểu thức.

Chú ý

Biểu thức $x_1 - x_2$ có thể xác định bằng cách bình phương và đưa về biểu thức chứa

$x_1 + x_2$ và x_1x_2 như sau: $(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2$.

Câu 5. Biết phương trình $x^2 + x - 2 + \sqrt{2} = 0$ có hai nghiệm phân biệt là x_1, x_2 . Không giải phương trình tính giá trị của biểu thức: $A = x_1^3 + x_2^3$.

(Trích đề thi Toán vào 10 Đà Nẵng 2016).

Câu 6. Biết phương trình $x^2 + 7x - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt là x_1, x_2 . Không giải phương trình tính giá trị của biểu thức: $B = x_1x_2^4 + x_2x_1^4$.

(Trích đề thi Toán vào 10 tỉnh Tiền Giang 2016).

Câu 7. Biết phương trình $y^2 + \frac{5}{6}y - \frac{1}{2} = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Tính giá trị của các biểu thức sau:

a. $M = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$;

b. $N = \frac{x_2^2}{x_1} + \frac{x_1^2}{x_2}$;

c. $P = \left(x_1 + \frac{2}{x_1}\right)\left(x_2 + \frac{2}{x_2}\right)$.

Câu 8. Biết phương trình $x^2 - (m-3)x + 2m - 10 = 0$ (m là một số cho trước) có hai nghiệm phân biệt

$x_1 > x_2$. Tính giá trị của biểu thức $Q = \frac{x_1^2}{x_2} - \frac{x_2^2}{x_1}$ theo m .

Dạng 3. Lập phương trình biết tổng và tích hai nghiệm.

Phương pháp:

Tính tổng hai nghiệm bằng S .

Tính tích hai nghiệm bằng P .

Kiểm tra điều kiện $S^2 - 4P \geq 0$.

Kết luận hai số đó là nghiệm của phương trình $X^2 - SX + P = 0$.

Câu 9. Cho phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$. Hãy lập phương trình bậc hai có các nghiệm $y_1 = x_2 + \frac{1}{x_1}; y_2 = x_1 + \frac{1}{x_2}$.

Câu 10. Cho x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 1 = 0$. Hãy lập một phương trình bậc hai một ẩn có hai nghiệm là $2x_1 - x_2^2$ và $2x_2 - x_1^2$.

(Trích đề thi Toán vào 10 tỉnh Đồng Nai 2019 – 2020).

Câu 11. Cho $x_1 = \frac{\sqrt{3}+1}{2}; x_2 = \frac{1}{1+\sqrt{3}}$. Hãy lập phương trình bậc hai có các nghiệm là $x_1; x_2$.

Câu 12. Cho phương trình $3x^2 + 5x - 6 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$. Hãy lập phương trình bậc hai có các nghiệm $y_1 = x_1 + \frac{1}{x_2}; y_2 = x_2 + \frac{1}{x_1}$.

Câu 13. Tìm hai số a và b biết $a + b = -3; ab = -4$.

Câu 14. Tìm hai số a và b biết $a + b = 3; ab = 6$.

Dạng 4. Tìm nghiệm chưa biết của phương trình biết một nghiệm của nó.

Câu 15. Phương trình $x^2 - 2px + 5 = 0$ có một nghiệm bằng 2, tìm p và nghiệm còn lại của phương trình.

Câu 16. Phương trình $x^2 - 7x + q = 0$ có hai nghiệm, biết hiệu hai nghiệm bằng 11. Tìm q và hai nghiệm của phương trình.

Câu 17. Cho phương trình $x^2 - qx + 50 = 0$ có hai nghiệm trong đó một nghiệm gấp đôi nghiệm kia. Tìm q và hai nghiệm đó.

Dạng 5. Biện luận số nghiệm và tính chất các nghiệm.

Phương pháp				
Dấu nghiệm	$S = x_1 + x_2$	$P = x_1 x_2$	Δ	Kết luận
Trái dấu		$P < 0$	$\Delta > 0$	$P < 0$
Cùng dấu		$P > 0$	$\Delta \geq 0$	$\Delta \geq 0, P > 0$
Cùng dương	$S > 0$	$P > 0$	$\Delta \geq 0$	$\Delta \geq 0, P > 0, S > 0$
Cùng âm	$S < 0$	$P > 0$	$\Delta \geq 0$	$\Delta \geq 0, P > 0, S < 0$

Câu 18. Tìm m để phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 3m - 7 = 0$ vô nghiệm.

(Trích đề thi Toán vào 10 tỉnh Bến Tre 2019 – 2020).

Câu 19. Xác định tham số m sao cho phương trình: $2x^2 - (3m+1)x + m^2 - m - 6 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

Câu 20. Tìm điều kiện của m để phương trình $(m+3)x^2 - (2m+1)x + m = 0$ có hai nghiệm âm.

Câu 21. Tìm m để phương trình $x^4 - 6x^2 + m = 0$ có bốn nghiệm phân biệt.

Câu 22. Cho phương trình $x^2 - (m-3)x - m + 2 = 0$ (1) (với m là tham số). Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có ít nhất một nghiệm không âm.

Dạng 6. Tìm giá trị của tham số m để phương trình có nghiệm thỏa mãn hệ thức đối xứng giữa các nghiệm.

Phương pháp

Sử dụng định lí Vi-et.

Sử dụng phương trình đã cho.

Câu 23. Cho phương trình $mx^2 - 6(m-1)x + 9(m-3) = 0$. Tìm giá trị của tham số m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức: $x_1 + x_2 = x_1x_2$.

Câu 24. Cho phương trình $x^2 - mx + m - 2 = 0$ (m là tham số) (1)

a. Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị m .

b. Xác định m để hai nghiệm x_1, x_2 của (1) thỏa mãn $\frac{x_1^2 - 2}{x_1 - 1} \cdot \frac{x_2^2 - 2}{x_2 - 1} = 4$.

Câu 25. Cho phương trình bậc hai $x^2 - (m+2)x + 2m = 0$ (*) (m là tham số). Tìm các giá trị của m để phương trình (*) luôn có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $-1 \leq \frac{2(x_1 + x_2)}{x_1x_2} \leq 1$.

(Trích đề thi Toán vào 10 tỉnh An Giang 2019 – 2020).

Câu 26. Cho phương trình: $x^2 + ax + b + 2 = 0$ (a, b là tham số). Tìm các giá trị của tham số a, b để

phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} x_1 - x_2 = 4 \\ x_1^3 - x_2^3 = 28. \end{cases}$

(Trích đề thi Toán vào 10 tỉnh Bình Dương 2019 - 2020).

Dạng 7. Tìm giá trị của tham số m để phương trình có nghiệm thỏa mãn hệ thức không đối xứng giữa các nghiệm.

Phương pháp

- Sử dụng định lí Vi-et.

- Tính hai nghiệm trực tiếp nếu delta là bình phương của một biểu thức.

- Sử dụng phương trình đã cho được đẳng thức theo các nghiệm.

- Tìm mối liên hệ các đẳng thức này với hệ thức đề bài yêu cầu.

Câu 27. Cho phương trình $3x^2 - (3m - 2)x - (3m + 1) = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1 và x_2 thỏa mãn hệ thức $3x_1 - 5x_2 = 6$.

Câu 28. Cho phương trình $x^2 - 2(m - 1)x - 2m = 0$, với m là tham số. Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m . Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình, tìm tất cả các giá trị của m sao cho $x_1^2 + x_1 - x_2 = 5 - 2m$.

Câu 29. Tìm m để phương trình: $x^2 + 5x + 3m - 1 = 0$ (x là ẩn, m là tham số) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 - x_2^3 + 3x_1x_2 = 75$.

(Trích đề thi Toán vào 10 tỉnh Hải Dương 2017).

Câu 30. Cho phương trình $x^2 - 2mx - 4m - 5 = 0$ (1) (m là tham số).

a. Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm với mọi giá trị của m .

b. Tìm m để: $\frac{1}{2}x_1^2 - (m - 1)x_1 + x_2 - 2m + \frac{33}{2} = 762019$, với x_1, x_2 là hai nghiệm của (1).

(Trích đề thi Toán vào 10 tỉnh Bạc Liêu 2019 - 2020).

Câu 31. Cho phương trình $x^2 - (2m + 1)x + m^2 - 1 = 0$ (m là tham số). Tìm các giá trị của m để phương trình có nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1^2 - 2mx_1 + m^2)(x_2 + 1) = 1$.

(Trích đề thi Toán vào 10 tỉnh Quảng Ninh 2017).

Câu 32. Cho phương trình $x^2 - (m + 2)x + m + 8 = 0$ (1) với m là tham số. Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $x_1^3 - x_2 = 0$.

(Trích đề thi Toán vào 10 tỉnh Bình Phước 2019 - 2020).

Câu 33. Cho phương trình $4x^2 + (m^2 + 2m - 15)x + (m + 1)^2 - 20 = 0$ với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $x_1^2 + x_2 + 2019 = 0$.

(Trích đề thi Toán vào 10 Đà Nẵng 2019 - 2020).

Giáo viên: Nguyễn Thành Long

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9

TỨ GIÁC NỘI TIẾP

Tài liệu lớp zoom 9.2 - 18h - 21h15 - Tối chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: Ngày học:

Định nghĩa: Một tứ giác có bốn đỉnh nằm trên một đường tròn được gọi là tứ giác nội tiếp đường tròn (gọi tắt là tứ giác nội tiếp)

Định lý: Trong một tứ giác nội tiếp, tổng số đo hai góc đối nhau bằng 180°

Định lý đảo: Nếu một tứ giác có tổng số đo hai góc đối nhau bằng 180° thì tứ giác đó nội tiếp được đường tròn.

Trắc nghiệm

Câu 1. Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn (O) . Khi đó:

- A. $\widehat{A} + \widehat{B} = 180^\circ$ B. $\widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$ C. $\widehat{A} + \widehat{D} = 180^\circ$ D. $\widehat{A} + \widehat{C} = 180^\circ$

Câu 2. Trong các hình sau, hình nào là tứ giác nội tiếp?

- A. Hình thoi B. Hình vuông C. Hình thang D. Hình bình hành

Câu 3. Tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn (O) mà $\widehat{C} = 105^\circ$ thì:

- A. $\widehat{B} = 75^\circ$ B. $\widehat{B} = 105^\circ$ C. $\widehat{A} = 75^\circ$ D. $\widehat{A} = 105^\circ$

Câu 4. Tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn đường kính AC thì:

- A. $\widehat{A} = \widehat{C} = 90^\circ$ B. $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$ C. $\widehat{B} = \widehat{C} = 90^\circ$ D. $\widehat{B} = \widehat{D} = 90^\circ$

Câu 5. Trong các hình sau, hình nào không là tứ giác nội tiếp?

- A. Hình vuông B. Hình thang cân C. Hình chữ nhật D. Hình thang

Câu 6. Tứ giác $ABCD$ nội tiếp có AC cắt BD tại M thì:

- A. $MA \cdot MB = MC \cdot MD$ B. $MA \cdot MC = MB \cdot MD$
C. $MA \cdot MD = MB \cdot MC$ D. $MA + MB = MC + MD$

Câu 7. Cho bốn điểm A, B, C, D trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng, biết $\widehat{ADB} = \widehat{BCA}$ thì tứ giác nào sau đây nội tiếp?

- A. $ABCD$ B. $ACBD$ C. $ADCB$ D. $ABDC$

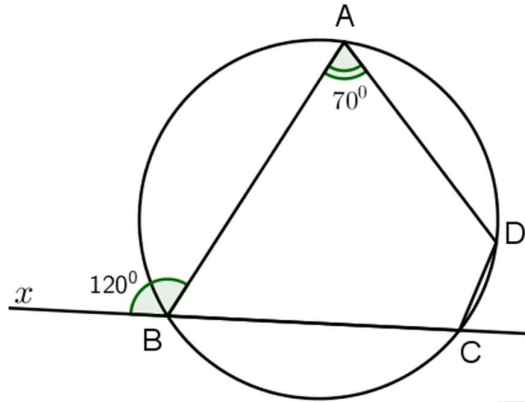
Câu 8. Cho đường tròn (O, R) đường kính AB . Trên nửa đường tròn đường kính AB lấy hai điểm C và D sao cho $CD = R$. Gọi M là giao điểm của AC và BD , N là giao điểm AD và BC . Tính $\widehat{AMB}, \widehat{ANB}$.

Câu 9. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) . Các tia phân giác của các góc A và B cắt nhau ở I và cắt đường tròn theo thứ tự ở M và N . Chứng minh rằng :

a) $\widehat{MB} = \widehat{MC}, \widehat{NA} = \widehat{NC}$.

b) $MB = MI = MC$.

Câu 10. Cho hình vẽ dưới đây. Tính các góc của tứ giác ABCD.



Câu 11. Cho tam giác ABC, các tia phân giác của các góc trong B và C gặp nhau tại S, các đường phân giác của góc ngoài B và C gặp nhau tại E. Chứng minh rằng BSCE là tứ giác nội tiếp.

Câu 12. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

Chứng minh rằng:

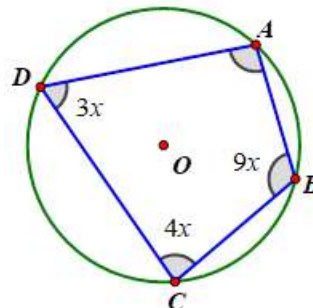
- Tứ giác CEHD nội tiếp.
- Bốn điểm B, C, E, F cùng nằm trên một đường tròn.

Câu 13. Cho đường tròn $(O; R)$, từ một điểm A trên (O) kẻ tiếp tuyến d với (O) . Trên đường thẳng d lấy điểm M bất kì (M khác A) kẻ cát tuyến MNP và gọi K là trung điểm của NP, kẻ tiếp tuyến MB (B là tiếp điểm).

- Chứng minh tứ giác AMBO nội tiếp.
- Chứng minh năm điểm O, K, A, M, B cùng nằm trên một đường tròn.

Câu 14. Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn tâm O, có $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $\widehat{CAD} = 40^\circ$. Tính các góc của tam giác BCD.

Câu 15. Cho hình vẽ dưới đây. Tính số đo góc A của tứ giác ABCD.



Giáo viên: Trần Tuấn Việt