

**BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 10**

**NHỊ THỨC NEWTON**

Tài liệu lớp học 10A1 - 18h00 - 21h15 - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:.....Ngày học:.....

**A. LÝ THUYẾT**

**1) Công thức nhị thức Niu-tơn**

Ta có  $(a+b)^n = C_n^0.a^n + C_n^1.a^{n-1}.b + \dots + C_n^{n-1}.a.b^{n-1} + C_n^n.b^n = \sum_{k=0}^n C_n^k.a^{n-k}.b^k$ .

**2. Một số kết quả quan trọng**

- Với  $a = b = 1$ , ta có công thức  $2^n = C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^{n-1} + C_n^n$ .
- Với  $a = 1; b = x$ , ta có công thức  $(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1.x + C_n^2.x^2 + \dots + C_n^n.x^n$
- Với  $a = 1; b = -x$ , ta có công thức  $(1-x)^n = C_n^0 - C_n^1.x + C_n^2.x^2 - C_n^3.x^3 + \dots + (-1)^n C_n^n.x^n$
- Với  $a = 1; b = -1$ , ta có  $0^n = C_n^0 - C_n^1 + \dots + (-1)^k C_n^k + \dots + (-1)^n C_n^n$ .

**3) Chú ý**

Trong biểu thức ở vế phải của khai triển  $(a+b)^n$

- Số các hạng tử là  $n+1$
- Số hạng thứ  $k+1$  của khai triển là  $T_{k+1} = C_n^k.a^{n-k}.b^k$
- Các hạng tử có số mũ của  $a$  giảm dần từ  $n$  đến  $0$ ; số mũ của  $b$  tăng dần từ  $0$  đến  $n$ , nhưng tổng các số mũ của  $a$  và  $b$  trong mỗi hạng tử luôn bằng  $n$  (quy ước  $a^0 = b^0 = 1$ );
- Các hệ số của mỗi cặp hạng tử cách đều hai hạng tử đầu và cuối đều bằng nhau.

- Các công thức lũy thừa thường dùng: 
$$\begin{cases} a^m.a^n = a^{m+n}; \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \Rightarrow a^{-n} = \frac{1}{a^n} \\ (a^m)^n = a^{m.n} \\ a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \Rightarrow \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} \end{cases}$$

**B. BÀI TẬP**

**Dạng 1. Tìm hệ số, số hạng trong khai triển không có điều kiện**

**Phương pháp:**

- Bước 1: Viết khai triển dạng tổng quát:  $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k.a^{n-k}.b^k \longrightarrow T_{k+1} = C_n^k.a^{n-k}.b^k$

- Bước 2: Dựa vào giả thiết yêu cầu tìm hệ số của  $x^m$ , giải phương trình  $m = f(k) \longrightarrow k$

- Bước 3: Thay vào biểu thức của  $T$  và kết luận

**Ví dụ.** Tìm hệ số của số hạng chứa  $x^4$  trong khai triển  $(x-3)^9$ ?

**Câu 1:** Tìm hệ số của số hạng chứa  $x^5$  trong khai triển  $(2x-1)^{12}$ ?

**Câu 2:** Tìm hệ số của số hạng chứa  $x^{15}$  trong khai triển  $(3x-x^2)^{12}$ ?

**Câu 3:** Tìm hệ số của số hạng chứa  $x^{11}$  trong khai triển  $\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^{10}$ ?

**Câu 4:** Tìm hệ số của số hạng chứa  $x^4$  trong khai triển  $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^{12}$ ?

**Câu 5:** Tìm số hạng không chứa  $x$  trong khai triển  $\left(x + \frac{1}{x^4}\right)^{10}$ ?

**Câu 6:** Tìm số hạng không chứa  $x$  trong khai triển  $\left(\frac{1}{\sqrt[5]{x}} + \sqrt[5]{x}\right)^{10}$ ?

**Câu 7:** Tìm số hạng không chứa  $x$  trong khai triển  $\left(\frac{1}{x} + \sqrt{x}\right)^{12}$ ?

**Dạng 2. Tìm hệ số, số hạng trong khai triển có điều kiện**

**Phương pháp:**

- Bước 1: Tìm  $n$  dựa vào điều kiện đề bài cho

- Bước 2: Quy về dạng 1 đã biết

**Ví dụ:** Tìm hệ số của số hạng chứa  $x^4$  trong khai triển  $(x-3)^9$ ?

**Câu 8:** Cho biết trong khai triển  $\left(x^3 + \frac{1}{x^2}\right)^n$  tổng các hệ số của các hạng tử thứ nhất, thứ hai, thứ ba bằng

11. Tìm hệ số của  $x^2$ ?

**Câu 9:** Cho biết trong khai triển  $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^n$ , tổng các hệ số của các hạng tử thứ nhất, thứ hai, thứ ba bằng

46. Tìm hạng tử không chứa  $x$ .

**Câu 10:** Tìm hệ số không chứa  $x$  trong khai triển biểu thức  $A = \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + \sqrt[4]{x^3}\right)^n$  ( $x > 0$ ). Trong đó  $n$  là số

nguyên dương thỏa mãn:  $A_n^3 + C_n^1 = 30C_n^2 + 17$

**Câu 11:** Tìm hệ số của hạng tử chứa  $x^8$  trong khai triển nhị thức Newton  $\left(\frac{n+1}{x^3} + n\sqrt{x^5}\right)^n$  biết rằng  $n$  là số

nguyên dương thỏa mãn  $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3)$ .

**Câu 12:** Tìm hệ số của  $x^5$  trong khai triển của  $\left(x\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}\right)^n$  biết  $C_n^3 + C_n^2 = 1330$

**Câu 13:** Tìm hệ số của số hạng chứa  $\frac{1}{x}$  trong khai triển  $\left(2x^2 - \frac{3}{x^3}\right)^n$  thành đa thức, biết  $n$  là số nguyên dương thỏa mãn hệ thức  $C_n^3 - C_{n-1}^{n-3} = C_{n-1}^{n-2} \cdot C_{n+3}^1$ .

**Dạng 3. Tìm hệ số, số hạng trong khai triển nhiều hạng tử**

**Phương pháp:**

- Bước 1: Viết khai triển thu gọn về 2 hạng tử

$$\text{Ta có } (a+b+c)^n = [(a+b)+c]^n = \sum_{k=0}^n C_n^k \cdot (a+b)^k \cdot c^{n-k} = \sum_{k=0}^n \sum_{i=0}^k C_n^k \cdot C_k^i \cdot a^{k-i} \cdot b^i \cdot c^{n-k}$$

$$\text{Ở đây } \begin{cases} 0 \leq k \leq n \\ 0 \leq i \leq k \end{cases}$$

- Bước 2: Dựa vào chỉ số mũ của  $x$  để biện luận tìm  $i$  và  $k$ .

- Bước 3: Kết luận về hệ số của số hạng cần tìm.

**Ví dụ:** Tìm hệ số của  $x^6$  trong khai triển  $[1+x^2(1+x)]^7$  thành đa thức.

**Câu 14:** Tìm hệ số của  $x^8$  trong khai triển  $[1+x^2(1-2x)]^8$

**Câu 15:** Cho khai triển  $(1+x+x^2)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{2n}x^{2n}$  (với  $n \in \mathbb{N}^*$ ). Tìm hệ số của số hạng chứa  $x^4$  trong khai triển biết  $C_n^1 + 6C_n^2 + 6C_n^3 = 9n^2 - 14n$ .

**Câu 16:** Tìm hệ số của  $x^6$  trong khai triển thành đa thức của  $P(x) = 2x^2(1-3x)^5 - 3x(1+2x)^7$

**Câu 17:** Tìm hệ số của  $x^{13}$  trong khai triển  $P = \left(\frac{1}{4} + x + x^2\right)^3 (2x+1)^{3n}$ , biết rằng  $A_n^3 + C_n^{n-2} = 14n$ .

**Giáo viên: Nguyễn Thành Long**

**BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 10**  
**BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VÉC - TƠ (tiếp)**  
Tài liệu lớp học 10A1 - 18h00 - 21h15 - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:.....Ngày học:.....

**Câu 1.** Cho ba điểm  $A(2 ; 2)$ ,  $B(3 ; 5)$ ,  $C(5 ; 5)$ .

- Tìm tọa độ điểm  $D$  sao cho  $ABCD$  là một hình bình hành.
- Tìm tọa độ giao điểm hai đường chéo của hình bình hành  $ABCD$ .
- Giải tam giác  $ABC$ .

**Câu 2.** Cho tam giác  $ABC$  có các điểm  $M(2 ; 2)$ ,  $N(3 ; 4)$ ,  $P(5 ; 3)$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AB$ ,  $BC$  và  $CA$ .

- Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác  $ABC$ .
- Chứng minh rằng trọng tâm của các tam giác  $ABC$  và  $MNP$  trùng nhau.
- Giải tam giác  $ABC$ .

**Câu 3.** Cho hai điểm  $A(1 ; 3)$ ,  $B(4 ; 2)$ .

- Tìm tọa độ điểm  $D$  nằm trên trục  $Ox$  sao cho  $DA=DB$ .
- Tính chu vi tam giác  $OAB$ .
- Chứng minh rằng  $OA$  vuông góc với  $AB$  và từ đó tính diện tích tam giác  $OAB$ .

**Câu 4.** Cho bốn điểm  $A(7 ; -3)$ ,  $B(8 ; 4)$ ,  $C(1 ; 5)$ ,  $D(0 ; -2)$ . Chứng minh rằng tứ giác  $ABCD$  là hình vuông.

**Câu 5.** Cho tam giác  $ABC$  với  $A(-1 ; 2)$ ,  $B(8 ; -1)$ ,  $C(8 ; 8)$ . Gọi  $H$  là trọng tâm của tam giác.

- Tìm tọa độ của  $H$ .
- Giải tam giác  $ABC$ .

**Câu 6.** Một máy bay đang hạ cánh với vận tốc  $\vec{v} = (-210; -42)$ . Cho biết vận tốc của gió là  $\vec{w} = (-12; -4)$  và một đơn vị trên hệ trục tọa độ tương ứng với 1km. Tìm độ dài vectơ tổng hai vận tốc  $\vec{v}$  và  $\vec{w}$ .

**Câu 7.** Trên màn hình ra đa của đài kiểm soát không lưu (được coi như mặt phẳng tọa độ Oxy với đơn vị trên các trục tính theo ki-lô-mét), một máy bay trực thăng chuyển động thẳng đều từ thành phố  $A$  có tọa độ  $(600 ; 200)$  đến thành phố  $B$  có tọa độ  $(200 ; 500)$  và thời gian bay quãng đường  $AB$  là 3 giờ. Hãy tìm tọa độ của máy bay trực thăng tại thời điểm sau khi xuất phát 1 giờ.

**Câu 8.** Cho điểm  $M$  thay đổi trên đường tròn tâm  $O$  ngoại tiếp tam giác đều  $ABC$  cho trước. Chứng minh rằng  $MA^2 + MB^2 + MC^2$  không đổi.

**Câu 9.** Cho hai vectơ  $\vec{u} = (-1; 3)$  và  $\vec{v} = (2; -5)$ . Tọa độ của vectơ  $\vec{u} + \vec{v}$  là:

- A.  $(1; -2)$ .      B.  $(-2; 1)$ .      C.  $(-3; 8)$ .      D.  $(3; -8)$ .

**Câu 10.** Cho hai vectơ  $\vec{u} = (2; -3)$  và  $\vec{v} = (1; 4)$ . Tọa độ của vectơ  $\vec{u} - 2\vec{v}$  là:

- A.  $(0; 11)$ .      B.  $(0; -11)$ .      C.  $(-11; 0)$ .      D.  $(-3; 10)$ .

**Câu 11.** Cho hai điểm  $A(4;-1)$  và  $B(-2;5)$ . Toạ độ trung điểm  $M$  của đoạn thẳng  $AB$  là:

- A.  $(2;4)$ .                      B.  $(-3;3)$ .                      C.  $(3;-3)$ .                      D.  $(1;2)$ .

**Câu 12.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(4;6), B(1;2), C(7;-2)$ . Toạ độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  là:

- A.  $\left(4; \frac{10}{3}\right)$ .                      B.  $(8;4)$ .                      C.  $(2;4)$ .                      D.  $(4;2)$ .

**Câu 13.** Cho hai điểm  $M(-2;4)$  và  $N(1;2)$ . Khoảng cách giữa hai điểm  $M$  và  $N$  là:

- A.  $\sqrt{13}$ .                      B.  $\sqrt{5}$ .                      C.  $13$ .                      D.  $\sqrt{37}$ .

**Câu 14.** Cho hai vectơ  $\vec{u} = (-4;-3)$  và  $\vec{v} = (-1;-7)$ . Góc giữa hai vectơ  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  là:

- A.  $90^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $45^\circ$ .                      D.  $30^\circ$ .

**Câu 15.** Côsin của góc giữa hai vectơ  $\vec{u} = (1;1)$  và  $\vec{v} = (-2;1)$  là:

- A.  $\frac{-1}{10}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{10}}{10}$ .                      C.  $\frac{-\sqrt{10}}{10}$ .                      D.  $\frac{3}{10}$ .

**Câu 16.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(2;6), B(-2;2), C(8;0)$ . Khi đó, tam giác  $ABC$  là:

- A. Tam giác đều.                      B. Tam giác vuông tại  $A$ .  
C. Tam giác có góc tù tại  $A$ .                      D. Tam giác cân tại  $A$ .

**Câu 17.** Cho 3 điểm  $A(1;5), B(-1;-1), C(2;-5)$

- a) Chứng minh  $A, B, C$  không thẳng hàng.  
b) Tìm toạ độ trọng tâm tam giác  $ABC$ .  
c) Tìm toạ độ điểm  $D$  sao cho  $ABCD$  là hình thang, có  $AB // CD$  và  $2CD=3AB$ .

**Giáo viên: Trần Ngọc Hà**