BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 11

ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẲNG (tiếp)

Tài liệu lớp học 11A1 – 18h – 21h15 – Tối thứ năm – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên:..Ngày học:..

DẠNG 3. GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. M là trung điểm CD. Biết $SA = SC = SB = SD = a\sqrt{2}$, đường tròn ngoại tiếp $ABCD$ có bán kính bằng a. Gọi α là góc giữa SM và mặt đáy. Tính $\tan\alpha$.

Câu 2: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Điểm M thuộc tia DD' thỏa mãn $DM = a\sqrt{6}$ Tính góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$.

Câu 3: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Tính $\tan$ góc giữa đường chéo AC' và mặt phẳng $(A'BCD')$.

DẠNG 4. TÌM THIẾT DIỆN

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$, có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA = 2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua điểm B và vuông góc với cạnh SC. Tìm thiết diện của tứ diện bị cắt bởi (α) và tính diện tích thiết diện đó.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và cạnh SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Dựng thiết diện với hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng qua A và vuông góc với SC.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Gọi H là trung điểm BC, O là trung điểm của AH và G là trọng tâm của tam giác ABC. Biết SO vuông góc mặt phẳng (ABC) và $SO = 2a$. Tính diện tích thiết diện với hình chóp $S.ABC$ khi cắt bởi mặt phẳng (P) đi qua G và vuông góc với AH.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với SB. Khi đó, mặt phẳng (α) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là hình gì.

Giáo viên: Trần Lê Cường

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 11

GIỚI HẠN (tiếp)

Tài liệu lớp học 11A1 – 18h – 21h15 – Tối thứ năm – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên:..Ngày học:..

Dạng 1: Dãy số có giới hạn hữu hạn

1. Phương pháp

Nếu hàm số $f(x)$ xác định trên $K \supset x_0$ thì $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$.

Câu 1: Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to 2}\left(3x^2+7x+11\right)$ là:

A. 37. **B.** 38. **C.** 39. **D.** 40.

Câu 2: Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to 0} x^2\sin\frac{1}{2}$ là:

A. $\sin\frac{1}{2}$. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** 0.

Câu 3: Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-x^3}{(2x-1)\left(x^4-3\right)}$ là:

A. 1. **B.** -2. **C.** 0. **D.** $-\frac{3}{2}$.

Câu 4: Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to -1}\frac{|x-1|}{x^4+x-3}$ là:

A. $-\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $-\frac{2}{3}$.

Câu 5: Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to -1}\frac{\sqrt{3x^2+1}-x}{x-1}$ là:

A. $-\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 6: Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to 3}\sqrt{\frac{9x^2-x}{(2x-1)\left(x^4-3\right)}}$ là:

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{5}}$. **D.** 5.

Câu 7: Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to 2}\sqrt[3]{\frac{x^2-x+1}{x^2+2x}}$ là:

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Dạng 2: Giới hạn một bên

1. Phương pháp

Ta cần nắm các tính chất sau

$$\lim_{x\to x_0^+} f(x)=L \Leftrightarrow \forall\left(x_n\right), x_0<x_n<b, \lim_{n\to+\infty} x_n=x_0 \Rightarrow \lim_{n\to+\infty} f(x_n)=L$$

$$\lim_{x\to x_0^-} f(x)=L \Leftrightarrow \forall\left(x_n\right), a<x_n<x_0, \lim_{n\to+\infty} x_n=x_0 \Rightarrow \lim_{n\to+\infty} f(x_n)=L$$

$$\lim_{x\to x_0^-} f(x)=\lim_{x\to x_0^+} f(x)=L \Rightarrow \lim_{x\to x_0} f(x)=L$$

2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng

Ví dụ 1: Tính $\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{|x-3|}{2x-6}$

Câu 8: Kết quả của giới hạn $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x-15}{x-2}$ là:

A. $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** $-\dfrac{15}{2}$. **D.** 1.

Câu 9: Kết quả của giới hạn $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}}$ là:

A. $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** $-\dfrac{15}{2}$. **D.** Không xác định.

Câu 10: Kết quả của giới hạn $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{|2-x|}{2x^2-5x+2}$ là:

A. $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** $-\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 11: Kết quả của giới hạn $\lim\limits_{x\to -3^+}\dfrac{x^2+13x+30}{\sqrt{(x+3)\left(x^2+5\right)}}$ là:

A. -2. **B.** 2. **C.** 0. **D.** $\dfrac{2}{\sqrt{15}}$.

Câu 12: Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{2x}{\sqrt{1-x}} & voi\ x<1\\ \sqrt{3x^2+1} & voi\ x\ge 1\end{cases}$. Khi đó $\lim\limits_{x\to 1^+} f\left(x\right)$ là:

A. $+\infty$. **B.** 2. **C.** 4. **D.** $-\infty$.

Câu 13: Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{x^2+1}{1-x} & voi\ x<1\\ \sqrt{2x-2} & voi\ x\ge 1\end{cases}$. Khi đó $\lim\limits_{x\to 1^-} f\left(x\right)$ là:

A. $+\infty$. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 14: Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\sqrt{x-2}+3 & voi\ x\ge 2\\ ax-1 & voi\ x<2\end{cases}$. Tìm a để tồn tại $\lim\limits_{x\to 2}f\left(x\right)$.

A. $a=1$. **B.** $a=2$. **C.** $a=3$. **D.** $a=4$.

Câu 15: Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}x^2-2x+3 & voi\ x>3\\ 1 & voi\ x=3\\ 3-2x^2 & voi\ x<3\end{cases}$. Khẳng định nào dưới đây sai?

A. $\lim\limits_{x\to 3^+}f\left(x\right)=6$. **B.** Không tồn tại $\lim\limits_{x\to 3}f\left(x\right)$.

C. $\lim\limits_{x\to 3^-}f\left(x\right)=6$. **D.** $\lim\limits_{x\to 3^-}f\left(x\right)=-15$.

Dạng 3: Giới hạn tại vô cực

Câu 16: Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(x-x^3+1\right)$ là:

A. 1. **B.** $-\infty$. **C.** 0. **D.** $+\infty$.

Câu 17: Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(\left|x\right|^3+2x^2+3\left|x\right|\right)$ là:

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** 1. **D.** $-\infty$.

Câu 18: Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)$ là:

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** $\sqrt{2}-1$. **D.** $-\infty$.

Câu 19: Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\sqrt[3]{3x^3-1}+\sqrt{x^2+2}\right)$ là:

A. $\sqrt[3]{3}+1$. **B.** $+\infty$. **C.** $\sqrt[3]{3}-1$. **D.** $-\infty$.

Câu 20: Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to +\infty}x\left(\sqrt{4x^2+7x}+2x\right)$ là:

A. 4. **B.** $-\infty$. **C.** 6. **D.** $+\infty$.

Dạng 4: Dạng vô định $\dfrac{0}{0}$

1. Phương pháp

- Nhận dạng vô định $\dfrac{0}{0}$**:** $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{u(x)}{v(x)}$ khi $\lim\limits_{x\to x_0}u(x)=\lim\limits_{x\to x_0}u(x)=0$.

- Phân tích tử và mẫu thành các nhân tử và giản ước

$$\lim_{x\to x_o}\frac{u(x)}{v(x)}=\lim_{x\to x_o}\frac{(x-x_0)A(x)}{(x-x_0)B(x)}=\lim_{x\to x_o}\frac{A(x)}{B(x)}\ \text{vaø tính}\ \lim_{x\to x_o}\frac{A(x)}{B(x)}.$$

Nếu phương trình $f\left(x\right)=0$ có nghiệm là x_0 thì $f\left(x\right)=\left(x-x_0\right).g\left(x\right)$

2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng

Câu 21: Tính $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$

Câu 22: Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{x^2-4}$ là:

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** 3. **D.** Không xác định.

Câu 23: Biết rằng $\lim\limits_{x\to -\sqrt{3}}\dfrac{2x^3+6\sqrt{3}}{3-x^2}=a\sqrt{3}+b.$ Tính a^2+b^2.

A. 10. **B.** 25. **C.** 5. **D.** 13.

Câu 24: Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to -3}\left|\dfrac{-x^2-x+6}{x^2+3x}\right|$ là:

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{5}{3}$. **D.** $\dfrac{3}{5}$.

Câu 25: Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{3-x}{\sqrt{27-x^3}}$ là:

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** 0. **C.** $\dfrac{5}{3}$. **D.** $\dfrac{3}{5}$.

Câu 26: Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x}}{x^2}$ là:

A. 0. **B.** $-\infty$. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Câu 27: Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[3]{4x+4}-2}$ là:

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Câu 28: Biết rằng $b>0,\ a+b=5$ và $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{ax+1}-\sqrt{1-bx}}{x}=2$. Khẳng định nào dưới đây sai?

A. $1<a<3$. **B.** $b>1$. **C.** $a^2+b^2>10$. **D.** $a-b<0$.

Dạng 5: Dạng vô định vô cùng/vô cùng

1. Phương pháp

- Nhận biết dạng vô định $\dfrac{\infty}{\infty}$

$\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{u(x)}{v(x)}$ khi $\lim\limits_{x\to x_0}u(x)=\pm\infty, \lim\limits_{x\to x_0}v(x)=\pm\infty.$ $\lim\limits_{x\to \pm\infty}\dfrac{u(x)}{v(x)}$ khi $\lim\limits_{x\to x_0}u(x)=\pm\infty, \lim\limits_{x\to x_0}v(x)=\pm\infty.$

- Chia tử và mẫu cho x^n với n là số mũ cao nhất của biến ở mẫu (Hoặc phân tích thành tích chứa nhân tử x^n rồi giản ước)

- Nếu u(x) hoặc v(x) có chứa biến x trong dấu căn thì đưa x^k ra ngoài dấu căn (Với k là mũ cao nhất của biến x trong dấu căn), sau đó chia tử và mẫu cho luỹ thừa cao nhất của x (thường là bậc cao nhất ở mẫu).
- Cách tính giới hạn dạng này hoàn toàn tương tự giới hạn dãy số.

2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng

Câu 29: Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^4+x^3-2x^2-3}{x-2x^4}$

Câu 30: Kết quả của giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^2+5x-3}{x^2+6x+3}$ là:

A. -2. **B.** $+\infty$. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 31: Kết quả của giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-3}{\sqrt{x^2+1}-x}$ là:

A. -2. **B.** $+\infty$. **C.** 3. **D.** -1.

Câu 32: Biết rằng $\dfrac{(2-a)x-3}{\sqrt{x^2+1}-x}$ có giới hạn là $+\infty$ khi $x\to+\infty$ (với a là tham số). Tính giá trị nhỏ nhất của $P=a^2-2a+4$.

A. $P_{\min}=1$. **B.** $P_{\min}=3$. **C.** $P_{\min}=4$. **D.** $P_{\min}=5$.

Dạng 6: Dạng vô định $\infty-\infty;0.\infty$

1. Phương pháp

- Nếu biểu thức chứa biến số dưới dấu căn thì nhân và chia với biểu thức liên hợp
- Nếu biểu thức chứa nhiều phân thức thì quy đồng mẫu và đưa về cùng một biểu thức.
- Thông thường, các phép biến đổi này có thể cho ta khử ngay dạng vô định $\infty-\infty;0.\infty$ hoặc chuyển về dạng vô định $\dfrac{\infty}{\infty};\dfrac{0}{0}$

2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng

Câu 33: Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x-3}\right)$

Câu 34: Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{a}{1-x}-\dfrac{b}{1-x^3}\right)=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{a+ax+ax^2-b}{1-x^3}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{a+ax+ax^2-b}{(1-x)(1+x+x^2)}$. là:

A. 1. **B.** $+\infty$. **C.** -1. **D.** $-\infty$.

Câu 35: Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to2^-}\left(\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{1}{x^2-4}\right)$ là:

A. $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 36: Biết rằng $a+b=4$ và $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{a}{1-x}-\dfrac{b}{1-x^3}\right)$ hữu hạn. Tính giới hạn $L=\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{b}{1-x^3}-\dfrac{a}{1-x}\right)$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -2.

Câu 37: Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{1+2x^2}-x\right)$ là:

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** $\sqrt{2}-1$. **D.** $-\infty$.

Câu 38: Biết rằng $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{5x^2+2x}+x\sqrt{5}\right)=a\sqrt{5}+b$. Tính $S=5a+b$.

A. $S=1$. **B.** $S=-1$. **C.** $S=5$. **D.** $S=-5$.

Câu 39: Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+3x}-\sqrt{x^2+4x}\right)$ là:

A. $\dfrac{7}{2}$. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** $+\infty$. **D.** $-\infty$.

Câu 40: Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt[3]{3x^3-1}+\sqrt{x^2+2}\right)$ là:

A. $\sqrt[3]{3}+1$. **B.** $+\infty$. **C.** $\sqrt[3]{3}-1$. **D.** $-\infty$.

Câu 41: Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt[3]{2x-1}-\sqrt[3]{2x+1}\right)$ là:

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** -1. **D.** $-\infty$.

Câu 42: Kết quả của giới hạn $\lim\limits_{x\to 0}\left[x\left(1-\dfrac{1}{x}\right)\right]$ là:

A. $+\infty$. **B.** -1. **C.** 0. **D.** $+\infty$.

Câu 43: Kết quả của giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty} x\sqrt{\dfrac{2x+1}{3x^3+x^2+2}}$ là:

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **C.** $+\infty$. **D.** $-\infty$.

Dạng 7. Một số bài toán giới hạn ẩn tham số đặc sắc

Câu 44: Kết quả giới hạn $L=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{2x^2-7x+12}}{3|x|-17}=\dfrac{\sqrt{a}}{b}$, với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $P=a^2+b^2$

A. 7 **B.** 5 **C.** 9 **D.** 13.

Câu 45: Cho giới hạn $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+ax+b-1}{x^2-1}=\dfrac{3}{2}$. Giá trị của biểu thức $T=a^2+ab$ là:

A. $T=0$ **B.** $T=2$ **C.** $T=4$ **D.** $T=-2$.

Câu 46: Giả sử $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-ax-b-2}{x-4}=6$. Tính giá trị của a^2+b

A. 8 **B.** 10 **C.** 38 **D.** 4.

Câu 47: Giả sử $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x^2-(2a+6)x+3b+1}{2x^2-3x-2}=\dfrac{4}{5}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a=2b$ **B.** $a^2+b^2=2$ **C.** $a=b+1$ **D.** $2a=3b$

Câu 48: Cho $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x-3}{x^2+ax+b-2}=\dfrac{1}{7}$ với a, b là các số hữu tỉ. Tính $P=a-3b$

A. $P=25$ **B.** $P=31$ **C.** $P=37$ **D.** $P=42$

Câu 49: Cho $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-ax^2+bx-2}{x^2-3x+2}=1$ với a, b là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $a+b=5$ **B.** $a^2+b=3$ **C.** $3a-2b\in(2;\,4)$ **D.** $2a-b^2>0$

Câu 50: Cho $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2+ax+b}{x^2-x}=-5$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $70<a^2+b<80$ **B.** $80<a^2+b<90$ **C.** $90<a^2+b<100$ **D.** $a^2+b<70$

Giáo viên: Nguyễn Thành Long