BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 11

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Tài liệu lớp học 11A1 – 18h – 21h15 – Tối thứ năm – 23/26 Nguyên Hồng

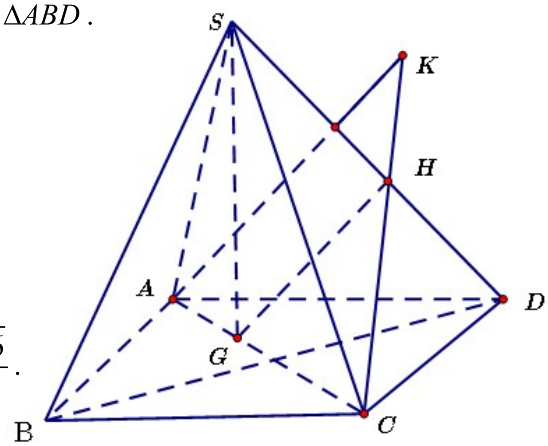
Họ và tên: ....Ngày học: ....

HÌNH HỌC

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a, $SA = SB = SD = a$, $\widehat{BAD} = 60°$. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SCD) bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

HD:



Dễ thấy hình chóp $S.ABD$ đều. Gọi G là trọng tâm của ΔABD.

Khi đó $SG \perp (ABCD)$.

Do ΔABD đều nên $GD \perp CD \Rightarrow CD \perp (SGD)$.

Kẻ $GH \perp SD$, $(H \in SD)$.

Khi đó: $GH \perp (SCD) \Rightarrow d\left(G;(SCD)\right) = GH$.

Ta có: $GD = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SG = \sqrt{SD^2 - GD^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Xét ΔSGD vuông tại G:

$GH.SD = SG.GD \Rightarrow GH = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

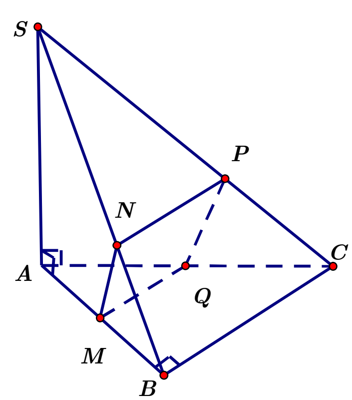
Mà $d\left(A;(SCD)\right) = \frac{AC}{GC}.d\left(G;(SCD)\right) = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Gọi K là hình chiếu của A lên (SCD). Khi đó góc giữa SA và mặt phẳng (SCD) là $\widehat{ASK}$.

Xét ΔASK vuông tại K thì: $\sin\widehat{ASK} = \frac{AK}{SA} = \frac{a\sqrt{2}}{2a} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \widehat{ASK} = 45°$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB = SA = a$ và SA vuông góc với (ABC). Gọi (α) là mặt phẳng qua trung điểm M của AB và vuông góc với SB.

Thiết diện của hình chóp $S.ABC$ bị cắt bởi (α) là:



A. Tứ giác đều. **B.** Hình thang.

C. Hình bình hành. **D.** Tam giác vuông.

HD:

Kẻ $MN \perp SB \left(N \in SB\right)$.

Ta có

$$\left.\begin{array}{l} SA \perp BC \\ AB \perp BC \end{array}\right\} \Rightarrow BC \perp SB \ .$$

Từ N kẻ $N_x \parallel BC$ cắt SC tại $P \Rightarrow BC \parallel NP \Rightarrow NP \perp SB \Rightarrow SB \perp (MNP)$.

Nên $(\alpha) \equiv (MNP)$. Từ M kẻ $MQ \parallel BC \left(Q \in AC\right)$. Ta có thiết diện của chóp cắt bởi (α) là tứ giác $MNPQ$ lại có $NP \parallel PQ \parallel BC$ nên $MNPQ$ là hình thang.

ĐẠI SỐ

Câu 9: Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\dfrac{1}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ m & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ liên tục tại $x = 0$.

A. $m \in (-2; -1)$. **B.** $m \leq -2$. **C.** $m \in [-1; 7)$. **D.** $m \in [7; +\infty)$.

HD:

Với mọi $x \neq 0$ ta có

$$0 \leq |f(x)| = \left|x^2 \sin\frac{1}{x}\right| \leq x^2 \to 0 \text{ khi } x \to 0 \longrightarrow \lim_{x\to 0} f(x) = 0.$$

Theo giải thiết ta phải có: $m = f(0) = \lim\limits_{x\to 0} f(x) = 0.$

Câu 11: Số điểm gián đoạn của hàm số $f(x) = \begin{cases} 0,5 & \text{khi } x = -1 \\ \dfrac{x(x+1)}{x^2-1} & \text{khi } x \neq -1,\ x \neq 1 \\ 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

HD:

Hàm số $y = f(x)$ có TXĐ $D = \mathbb{R}$.

Hàm số $f(x) = \dfrac{x(x+1)}{x^2-1}$ liên tục trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$ và $(1; +\infty)$.

(i) Xét tại $x = -1$, ta có $\lim\limits_{x\to -1} f(x) = \lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x(x+1)}{x^2-1} = \lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x}{x-1} = \dfrac{1}{2} = f(-1)$

$\longrightarrow$ Hàm số liên tục tại $x = -1$.

(ii) Xét tại $x = 1$, ta có $\begin{cases} \lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{x(x+1)}{x^2-1} = \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{x}{x-1} = +\infty \\ \lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{x(x+1)}{x^2-1} = \lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{x}{x-1} = -\infty \end{cases}$

$\longrightarrow$ Hàm số $y = f(x)$ gián đoạn tại $x = 1$.

Câu 16: Tìm giá trị lớn nhất của a để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt[3]{3x+2}-2}{x-2} & \text{khi } x>2\\ a^2x+\dfrac{1}{4} & \text{khi } x\le 2\end{cases}$ liên tục tại $x=2$.

A. $a_{\max}=3$. **B.** $a_{\max}=0$. **C.** $a_{\max}=1$. **D.** $a_{\max}=2$.

HD:

Ta cần có $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=f(2)$. $(*)$

Ta có $\begin{cases} f(2)=2a^2-\dfrac{7}{4}\\ \lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{\sqrt[3]{3x+2}-2}{x-2}=\dfrac{1}{4}\\ \lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}\left(a^2x+\dfrac{1}{4}\right)=2a^2-\dfrac{7}{4}\end{cases} \longrightarrow (*) \Leftrightarrow a=\pm 1 \longrightarrow a_{\max}=1.$

Câu 20: Cho hàm số $f(x)=-4x^3+4x-1$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$.

B. Phương trình $f(x)=0$ không có nghiệm trên khoảng $(-\infty;1)$.

C. Phương trình $f(x)=0$ có nghiệm trên khoảng $(-2;0)$.

D. Phương trình $f(x)=0$ có ít nhất hai nghiệm trên khoảng $\left(-3;\dfrac{1}{2}\right)$.

HD:

(i) Hàm $f(x)$ là hàm đa thức nên liên tục trên $\mathbb{R} \longrightarrow$ A đúng.

(ii) Ta có $\begin{cases} f(-1)=-1<0\\ f(-2)=23>0\end{cases} \longrightarrow f(x)=0$ có nghiệm x_1 trên $(-2;1)$, mà

$(-2;-1)\subset(-2;0)\subset(-\infty;1) \longrightarrow$ B sai và C đúng

(iii) Ta có $\begin{cases} f(0)=-1<0\\ f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{2}>0\end{cases} \longrightarrow f(x)=0$ có nghiệm x_2 thuộc $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$. Kết hợp với (1) suy ra $f(x)=0$ có các nghiệm x_1, x_2 thỏa: $-3<x_1<-1<0<x_2<\dfrac{1}{2} \longrightarrow$ D đúng.