

Toán lớp 8: Nền tảng chuyên

TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

Tài liệu lớp học Zoom 8A0 - 14h30 - 17h45 - Chiều chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: ..... Ngày học: .....

**Câu 1.** Tam giác ABC có trọng tâm G. Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của GA, GB, GC. Chứng minh tam giác MNP và ABC đồng dạng và G cũng là trọng tâm tam giác MNP.

**Câu 2.** Cho tam giác ABC. Điểm M bất kì nằm trong tam giác. Gọi D, E, F lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, MAC và MAB. Chứng minh tam giác DEF đồng dạng với tam giác MBC. Tính tỷ số đồng dạng của hai tam giác.

**Câu 3.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại A, đường cao AH. Đường phân giác của góc ABC cắt AC tại D và cắt AH tại E.

a) Chứng minh:  $\triangle ABC$  đồng dạng  $\triangle HBA$  và  $AB^2 = BC \cdot BH$

b) Biết  $AB = 9\text{cm}, BC = 15\text{cm}$ . Tính DC và AD.

c) Gọi I là trung điểm của ED. Chứng minh  $AB^2 = BI \cdot BD$ , từ đó chứng minh  $\triangle BIH$  đồng dạng với tam giác  $\triangle BCD$  và chỉ ra  $\widehat{BIH} = \widehat{ACB}$ .

**Câu 4.** Cho tam giác ABC, vuông tại A ( $AB < AC$ ). Vẽ đường cao AH ( $H \in BC$ ). Lấy điểm D sao cho H là trung điểm của BD.

a) Chứng minh  $\triangle ABC \sim \triangle HBA$ .

b) Qua C dựng đường thẳng vuông góc với tia AD, cắt AD tại E. Chứng minh  $AH \cdot CD = CE \cdot AD$

c) Chứng minh  $\triangle HDE \sim \triangle ADC$  và  $BD \cdot AC = 2AD \cdot HE$

d) AH cắt CE tại F. Chứng minh  $AF^2 = 2BF \cdot AE$

**Câu 5.** Cho tam giác ABC vuông tại A, kẻ tia phân giác góc ABC cắt AC tại D

a. Biết  $BC = 5\text{cm}, AB = 3\text{cm}$ . Tính AC và AD

b. Qua D kẻ DH vuông góc với BC tại H. Chứng minh  $\triangle ABC \sim \triangle HDC$  từ đó chứng minh  $CH \cdot CB = CD \cdot CA$

c. E là hình chiếu của A trên BC. Chứng minh  $\frac{BC}{BA} = \frac{HC}{HE}$

d. O là giao điểm của BD và AH. Qua B kẻ đường thẳng song song với AH cắt các tia CO và CA lần lượt tại M và N. Chứng minh M là trung điểm của BN.

**Câu 6.** Cho tam giác ABC vuông tại A ( $AB < AC$ ) có đường cao AH và đường phân giác BI.

a) Giả sử  $AB = 6\text{cm}, BC = 10\text{cm}$ . Tính IA, IC.

b) Qua C kẻ đường thẳng vuông góc với BI tại D. Gọi E là giao điểm của BA và CD. Chứng minh  $\triangle EAC$  và  $\triangle EDB$  đồng dạng.

c) Chứng minh:  $AB^2 = BH \cdot CB$  và  $\left(\frac{AB}{AC}\right)^2 = \frac{HB}{HC}$

d) Gọi F là hình chiếu của D trên BE, O là giao điểm của AD và FC. Chứng minh:  $S_{OFD} = \frac{1}{4}S_{OCA}$

**Câu 7.** Cho tam giác ABC vuông tại A. Qua A kẻ đường cao AH ( $H \in BC$ ).

- a) Chứng minh rằng tam giác ABC đồng dạng với tam giác HAC.
- b) Khi cho  $AB = 6\text{cm}$ ;  $AC = 8\text{cm}$ , tính độ dài đoạn BC và AH.
- c) Từ H kẻ HE vuông góc với AC tại E. Chứng minh rằng  $HE^2 = AE \cdot EC$ .
- d) Gọi I là trung điểm của AH, EI cắt AB tại F. Chứng minh  $AH^2 = FA \cdot FB + EA \cdot EC$

**Câu 8.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại A ( $AC > AB$ ), đường cao AH. Trên tia HC lấy điểm D sao cho  $HD = AH$ . Qua D kẻ đường thẳng vuông góc với BC, cắt cạnh AC tại E.

- a) Chứng minh  $\triangle ABC$  đồng dạng  $\triangle HAC$ ;
- b) Chứng minh  $EC \cdot AC = DC \cdot BC$ ;
- c) Chứng minh  $\triangle BEC$  đồng dạng  $\triangle ADC$  và  $\triangle ABE$  vuông cân.

**Giáo viên: Trần Ngọc Hà**

Toán lớp 8: Nền tảng chuyên  
BIẾN ĐỔI BIỂU THỨC HỮU TỈ

Tài liệu lớp học Zoom 8A0 - 14h30 - 17h45 - Chiều chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: ..... Ngày học: .....

**Câu 1.** Cho  $a; b; c \neq 0$  thỏa mãn  $a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = -2$  và  $a^3 + b^3 + c^3 = 1$ . Tính giá trị

của  $M = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

**Câu 2.** Cho ba số  $a, b, c$  khác nhau đôi một và khác 0, đồng thời thỏa mãn điều kiện

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \sqrt{2030}$  và  $2(a+b) = 9abc - 2c$ . Chứng minh:  $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 2021$

**Câu 3.** Cho  $a + b + c = 0, a, b, c$  khác 0. Tính giá trị của biểu thức:

$$B = \frac{a^2}{a^2 - b^2 - c^2} + \frac{b^2}{b^2 - c^2 - a^2} + \frac{c^2}{c^2 - a^2 - b^2}$$

**Câu 4.** Cho các số  $a, b, c$  khác 0 thỏa mãn  $2ab + bc + 2ca = 0$ . Hãy tính giá trị của biểu thức:

$$A = \frac{bc}{8a^2} + \frac{ca}{b^2} + \frac{ab}{c^2}$$

**Câu 5.** Cho ba số thực  $a, b, c$  khác 0, đôi một khác nhau thỏa mãn  $a + b + c = 0$ . Tính giá trị của biểu

thức:  $A = (ab + bc + ca)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) - abc\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right)$ .

**Câu 6.** Cho ba số thực  $a, b, c$  khác 0, đôi một khác nhau thỏa mãn  $a + b + c = 0$ . Tính giá trị của biểu

thức:  $B = \frac{1}{2a^2 + bc} + \frac{1}{2b^2 + ca} + \frac{1}{2c^2 + ab}$ .

**Câu 7.** Cho ba số thực  $a, b, c$  khác 0, đôi một khác nhau thỏa mãn  $a + b + c = 0$ . Tính giá trị của biểu

thức:  $C = \frac{a}{2a^2 + bc} + \frac{b}{2b^2 + ca} + \frac{c}{2c^2 + ab}$

**Câu 8.** Cho ba số thực  $a, b, c$  khác 0, đôi một khác nhau thỏa mãn  $a + b + c = 0$ . Tính giá trị của biểu

thức:  $D = \frac{a^2}{2a^2 + bc} + \frac{b^2}{2b^2 + ca} + \frac{c^2}{2c^2 + ab}$

**Câu 9.** Cho  $x, y > 0$  thỏa mãn  $xy + x + y = 1$ . Tính giá trị biểu thức:

$$S = 2x\sqrt{\frac{1+y^2}{1+x^2}} + 2y\sqrt{\frac{1+x^2}{1+y^2}} + \sqrt{(1+x^2)(1+y^2)}$$

**Câu 10.** Cho  $a, b, c$  là các số thực đôi một khác nhau và thỏa mãn

$$a^2(1-b+c) + b^2(1-c+a) + c^2(1-a+b) = ab + bc + ca.$$

Chứng minh rằng  $\frac{1}{(a-b)^2} + \frac{1}{(b-c)^2} + \frac{1}{(c-a)^2} = 1$ .

**Câu 11.** Cho  $x, y, z$  đôi một khác nhau và thỏa mãn  $x + y + z = 2023$ . Tính giá trị của biểu thức

$$M = \frac{x^3}{(x-y)(x-z)} + \frac{y^3}{(y-x)(y-z)} + \frac{z^3}{(z-x)(z-y)}$$

**Câu 12.** Với  $a, b, c$  là các số thực thỏa mãn  $a + b + c \neq 0$  và  $(a+b)(b+c)(c+a) = 1$ . Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{a^2(a+b+c)+1+abc} + \frac{b}{b^2(a+b+c)+1+abc} = \frac{1+abc+ab(a+b+c)}{(a+b+c)^2}$$

**Câu 13.** Cho  $a^3b^3 + b^5c^3 + c^3a^3 = 3a^2b^2c^2$ . Tính giá trị biểu thức:  $A = \left(1 + \frac{a}{b}\right)\left(1 + \frac{b}{c}\right)\left(1 + \frac{c}{a}\right)$

**Câu 14.** Cho  $x = by + cz; y = ax + cz; z = ax + by; x + y + z \neq 0; xyz \neq 0$ . CMR:  $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} = 2$

**Câu 15.** Cho  $x, y, z$  là các số khác 0 thỏa mãn  $x + y + z = 0$  và  $xy + yz + zx = 3xyz$ . Tính giá trị biểu

thức:  $A = \frac{yz-x}{x^3yz} + \frac{xz-y}{xy^3z} + \frac{xy-z}{xyz^3}$ .

**Câu 16.** Cho các số  $a, b$  thỏa mãn  $a + b = 2; a \cdot b = -2$ . Tính  $a^7 + b^7$

**Câu 17.** Không tìm  $a, b$ ; hãy tính giá trị của  $A = a^3 - b^3 - 3a + 3b$ .

**Câu 18.** Cho các số thực  $a, b, c$  thỏa mãn:  $a^2 + b^2 + c^2 = 4$  và  $a^3 + b^3 + c^3 = 8$ . Tính giá trị biểu thức:

$$P = a^4 + b^4 + c^4.$$

**Câu 19.** Cho  $a + b + c = 1; a \neq -b; b \neq -c; c \neq -a$ . Chứng minh rằng:  $\frac{ab+c}{(a+b)^2} \cdot \frac{bc+a}{(b+c)^2} \cdot \frac{ca+b}{(c+a)^2} = 1$ .

**Câu 20.** Cho các số thực  $a, b, c$  đôi một khác nhau, thỏa mãn:

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc \text{ và } abc \neq 0. \text{ Tính } P = \frac{ab^2}{a^2 + b^2 - c^2} + \frac{bc^2}{b^2 + c^2 - a^2} + \frac{ca^2}{c^2 + a^2 - b^2}$$

**Câu 21.** Cho các số  $x, y$  thỏa mãn điều kiện:  $2x^2 + 10y^2 - 6xy - 6x - 2y + 10 = 0$

Hãy tính giá trị của biểu thức:  $A = \frac{(x+y-4)^{2018} - y^{2018}}{x}$

**Câu 22.** Cho ba số  $a, b, c$  thỏa mãn  $(a+b+c)(ab+bc+ca) = 2017$  và  $abc = 2017$ . Tính giá trị của biểu

thức  $P = (b^2c + 2017)(c^2a + 2017)(a^2b + 2017)$

**Câu 23.** Cho ba số  $a, b, c$  thỏa mãn  $a^2 + b^2 + c^2 = 27$  và  $a + b + c = 9$ . Tính giá trị của biểu thức:

$$A = (a-4)^{2021} + (b-4)^{2022} + (c-4)^{2023}$$

**Câu 24.** Cho các số  $x, y, z$  thỏa mãn điều kiện:  $2x^2 + 10y^2 - 6xy - 6x - 2y + 10 = 0$

Hãy tính giá trị biểu thức  $A = \frac{(x+y-4)^{2022} - y^{2022}}{x}$

**Câu 25.** Cho ba số thực  $a, b$  và  $c$  thỏa mãn  $ab + bc + ca = 1$ . Chứng minh:

$$\frac{a-b}{1+c^2} + \frac{b-c}{1+a^2} + \frac{c-a}{1+b^2} = 0$$

*(Thi vào chuyên Toán Hà Nội 2021)*

**Câu 26.** Cho các số thực  $a, b$  không âm thỏa mãn điều kiện  $(a+2)(b+2) = 8$ . Tính giá trị của biểu thức:

$$P = ab + 2\sqrt{a^2 + b^2 + 8} - \sqrt{2(a^2 + 4)(b^2 + 4)}$$

b) Cho các số hữu tỉ  $a, b, c$  đôi một phân biệt. Đặt  $B = \sqrt{\frac{1}{(a-b)^2} + \frac{1}{(b-c)^2} + \frac{1}{(c-a)^2}}$ . Chứng minh rằng

$B$  là số hữu tỉ.

**Giáo viên: Trần Tuấn Việt**