Toán lớp 9: Nền tảng chuyên
CHỦ ĐỀ: TỔNG HỢP
Tài liệu lớp học Zoom 9A0 – 18h – 21h15 – Tối chủ nhật – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên:... Ngày học:....................................

Câu 1. Cho đường tròn tâm O, đường kính AB cố định. H là điểm cố định thuộc đoạn OA (H không trùng O và A). Qua H vẽ đường thẳng vuông góc với AB cắt đường tròn tâm O tại C và D. Gọi K là điểm tùy ý thuộc cung lớn CD (K không trùng các điểm $C;D$ và B). Gọi I là giao điểm của AK và CD

a) Chứng minh tứ giác HIKB nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh $AI.AK = AH.AB.$

c) Chứng minh khi điểm K thay đổi trên cung lớn CD của đường tròn tâm O thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác KCI luôn thuộc một đường thẳng cố định.

Câu 2. Cho tứ giác ABCD nội tiếp. Gọi I là giao điểm của AC và BD. Kẻ $IH \perp AB$ $IK \perp AD$ ($H \in AB, K \in AD$).

a) Chứng minh rằng tứ giác AHIK nội tiếp

b) Chứng minh rằng $IA.IC = IB.ID$

c) Chứng minh rằng tam giác HIK và tam giác BCD đồng dạng

d) Gọi S là diện tích tam giác ABD, S' là diện tích tam giác HIK. Chứng minh rằng: $\dfrac{S'}{S} \le \dfrac{HK^2}{4AI^2}$

Câu 3. Cho đường tròn (O) và dây AB. M là điểm chính giữa cung AB. C thuộc AB, dây MD qua C.

a) Chứng minh $MA^2 = MC.MD$.

b) Chứng minh MB.BD = BC.MD.

c) Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD tiếp xúc với MB tại B.

d) Gọi R_1, R_2 là bán kính các đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và ACD. Chứng minh $R_1 + R_2$ không đổi khi C di động trên AB.

Câu 4. Cho tam giác ABC (AB < AC) nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Trên cạnh BC lần lượt lấy hai điểm D và E (D nằm giữa B và E) sao cho $\widehat{DAB} = \widehat{EAC}$. Các tia AD và AE tương ứng cắt lại đường trong (O) tại I và J.

a) Chứng minh rằng: Phân giác của góc BAC đi qua điểm chính giữa của cung nhỏ IJ của đường tròn (O).

b) Chứng minh rằng: Tứ giác CBIJ là hình thang cân.

c) Kẻ tiếp tuyến xy của đường tròn (O) tại điểm A. Chứng minh rằng: Đường thẳng xy cũng là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE.

Câu 5. Cho đường tròn $(O;R)$, kẻ đường kính AB. Điểm M bất kì trên (O) sao cho $MA < MB\ (M \neq A, B)$. Kẻ $MH \perp AB$ tại H. Vẽ đường tròn (I) đường kính MH cắt MA, MB lần lượt tại E và F.

a) Chứng minh $MH^2 = MF.MB$ và ba điểm E, I, F thẳng hàng.

b) Kẻ đường kính MD của đường tròn (O), MD cắt đường tròn (I) tại điểm thứ hai là $N\ (N \neq M)$. Chứng minh tứ giác $BONF$ nội tiếp.

c) MD cắt EF tại K. Chứng minh $MK \perp EF$ và $\widehat{MHK} = \widehat{MDH}$.

d) Đường tròn (I) cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là $P\ (P \neq M)$. Chứng minh ba đường thẳng MP, EF và BA đồng quy.

Câu 6. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao AD, BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại H

a) Chứng minh $BCEF$ và $CDHE$ là các tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh EB là tia phân giác của $\angle FED$ và tam giác BFE đồng dạng với tam giác DHE

Câu 7. Cho đường tròn (O) và điểm M nằm ngoài đường tròn. Qua M kẻ tiếp tuyến MA với đường tròn (O) (A là tiếp điểm). Qua A kẻ đường thẳng song song với MO, đường thẳng này cắt đường tròn (O) tại C (C khác A). Đường thẳng MC cắt đường tròn (O) tại điểm B $(B \neq C)$. Gọi H là hình chiếu của O trên BC

a) Chứng minh tứ giác $MAHO$ nội tiếp

b) Chứng minh $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{MA}{MC}$

c) Chứng minh $\angle BAH = 90°$

d) Vẽ đường kính AD của đường tròn (O). Chứng minh $\Delta ACH \backsim \Delta DMO$

Câu 8. Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao AD, BE, CF (D thuộc BC, E thuộc AC, F thuộc AB) của tam giác cắt nhau tại H, M là trung điểm của cạnh BC

a) Chứng minh $AEHF$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh các đường thẳng ME, MF là các tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AEHF$

c) Chứng minh $DE + DF \leq BC$.

Giáo viên: Thầy Mẫn

Toán lớp 9: Nền tảng chuyên
SỐ CHÍNH PHƯƠNG (Tiếp)
Tài liệu lớp học Zoom 9A0 – 18h – 21h15 – Tối chủ nhật – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên:.. Ngày học:.............................

Câu 1. Cho ba số tự nhiên a, b, c thỏa mãn $a-b$ là số nguyên tố và $3c^2=c(a+b)+ab$. Chứng minh rằng $8c+1$ là số chính phương.

Câu 2. Chứng minh rằng nếu m và n là các số tự nhiên thỏa mãn $3m^2+m=4n^2+n$ thì $m-n$ và $4m+4n+1$ đều là các số chính phương.

Câu 3. Cho $A=n^6-n^4+2n^3+2n^2$. Chứng minh A không phải số chính phương với mọi số tự nhiên n lớn hơn 1.

Câu 4. Cho ba số nguyên a,b,c thỏa mãn $a=b-c=\frac{b}{c}$. Chứng minh rằng $a+b+c$ có giá trị là lập phương của một số nguyên

Câu 5. Cho hai số tự nhiên a, b thỏa mãn $2a^2+a=3b^2+b$. Chứng minh rằng $2a+2b+1$ là số chính phương.

Câu 6. Cho $n,p\in\mathbb{N},p$ là số nguyên tố thỏa mãn $\frac{2n+2}{p}$ và $\frac{4n^2+2n+1}{p}\in\mathbb{Z}$. Chứng minh rằng 2 số nguyên trên không đồng thời là số chính phương

Câu 7. Với mọi số nguyên dương n, chứng minh $A=\sqrt{n^2+n^2(n+1)^2+(n+1)^2}$ là số nguyên dương nhưng không là số chính phương.

Câu 8. Cho m,p,r là các số nguyên tố thỏa mãn $mp+1=r$. Chứng minh rằng m^2+r hoặc p^2+r là số chính phương

Câu 9. Giả sử n là số tự nhiên thỏa mãn điều kiện $n(n+1)+7$ không chia hết cho 7. Chứng minh rằng $4n^3-5n-1$ không là số chính phương.

Câu 10. Tìm tất cả các số nguyên tố p sao cho $\frac{p^2-p}{2}-1$ là lập phương của một số tự nhiên

Câu 11. Chứng minh rằng tổng các bình phương của 6 số nguyên liên tiếp không thể là số chính phương

Câu 12. Tìm tất cả các bộ ba số nguyên dương $(a;b;c)$ sao cho $\left(a+b+c\right)^2-2a+2b$ là số chính phương.

Giáo viên: Thầy Trần Ngọc Hà