

Toán lớp 9: Nền tảng chuyên

CHỦ ĐỀ: TỔNG HỢP

Tài liệu lớp học Zoom 9A0 - 18h - 21h15 - Tối chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:..... Ngày học:.....

Câu 1. Cho M là một điểm tùy ý thuộc đường thẳng cố định d nằm ngoài đường tròn (O;R). Từ M kẻ hai tiếp tuyến MP và MQ với đường tròn (O) trong đó P, Q là các tiếp điểm. Hạ OH vuông góc với đường thẳng d.

Dây cung PQ cắt OH ở I, cắt OM ở K. Chứng minh rằng

a) $OI.OH = OK.OM = R^2$.

b) Khi M thay đổi trên đường thẳng d thì vị trí của điểm I luôn cố định.

Câu 2. Từ một điểm M nằm ngoài đường tròn (O;R) vẽ hai tiếp tuyến MA, MB (A, B là tiếp điểm) và một cát tuyến qua M cắt đường tròn tại C, D (C nằm giữa M và D). Gọi E là giao điểm của AB và OM. Khi cung

CAD nhỏ hơn cung CBD. Chứng minh rằng $\widehat{DEC} = 2\widehat{DBC}$.

Câu 3. Cho đường tròn (O) đường kính AB. Vẽ đường tròn tâm A cắt đường tròn (O) ở C và D. Kẻ dây BN của đường tròn(O), cắt đường tròn (A) tại điểm E ở bên trong đường tròn (O). Chứng minh rằng

$NE^2 = NC.ND$.

Câu 4. Cho tứ giác ABCD. Các đường thẳng AD, BC và AB, CD lần lượt cắt nhau tại E và F. Chứng minh rằng điều kiện cần và đủ để tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn là $EA.ED + FA.FB = EF^2$.

Câu 5. Cho tam giác ABC với hai đường phân giác trong và ngoài của góc BAC lần lượt là AD và AE. Chứng minh rằng $AB.AC = DB.DC + AD^2 = EB.EC - AE^2$.

Câu 6. Cho đường tròn (O) và điểm M nằm ngoài đường tròn. Qua M kẻ tiếp tuyến MA với đường tròn (O) (A là tiếp điểm). Qua A kẻ đường thẳng song song với MO, đường thẳng này cắt đường tròn (O) tại C (C khác A). Đường thẳng MC cắt đường tròn (O) tại điểm B (B ≠ C). Gọi H là hình chiếu của O trên BC

a) Chứng minh tứ giác MAHO nội tiếp

b) Chứng minh $\frac{AB}{AC} = \frac{MA}{MC}$

c) Chứng minh $\angle BAH = 90^\circ$

d) Vẽ đường kính AD của đường tròn (O). Chứng minh $\triangle ACH \sim \triangle DMO$

Câu 7. Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao AD, BE, CF (D thuộc BC, E thuộc AC, F thuộc AB) của tam giác cắt nhau tại H, M là trung điểm của cạnh BC

a) Chứng minh AEHF là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh các đường thẳng ME, MF là các tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tứ giác AEHF

c) Chứng minh $DF.BC = AC.BF$

d) Chứng minh $DE + DF \leq BC$

Giáo viên: Thầy Mẫn

Toán lớp 9: Nền tảng chuyên
BẤT ĐẲNG THỨC

Tài liệu lớp học Zoom 9A0 - 18h - 21h15 - Tối chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:..... Ngày học:.....

Câu 1. Cho các số dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 2022$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} + \sqrt{2b^2 + bc + 2c^2} + \sqrt{2c^2 + ca + 2a^2}$

Câu 2. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 1$

Chứng minh rằng: $\frac{1}{\sqrt{5a^2 + 2ab + 2b^2}} + \frac{1}{\sqrt{5b^2 + 2bc + 2c^2}} + \frac{1}{\sqrt{5c^2 + 2ca + 2a^2}} \leq \frac{\sqrt{3}}{3}$

Câu 3. Biết a, b, c dương thỏa mãn $abc = 1$. CMR $\frac{a}{(ab+a+1)^2} + \frac{b}{(bc+b+1)^2} + \frac{c}{(ca+c+1)^2} \geq \frac{1}{a+b+c}$.

Câu 4. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $abc = 1$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $A = \frac{a}{2a^2 + b^2 + 3} + \frac{b}{2b^2 + c^2 + 3} + \frac{c}{2c^2 + a^2 + 3}$

Câu 5. Cho các số dương x, y, z thỏa mãn $xyz = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$P = \frac{(x+1)^2 + y^2 + 1}{xy + x + 4} + \frac{(y+1)^2 + z^2 + 1}{yz + y + 4} + \frac{(z+1)^2 + x^2 + 1}{zx + z + 4}$.

Câu 6. Với $a, b, c > 0$ thỏa mãn $a + b + c = abc - 2$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \sqrt{\frac{1}{a+1}} + \sqrt{\frac{1}{b+1}} + \sqrt{\frac{1}{c+1}}$

Câu 7. Cho các số dương x, y, z thỏa mãn $xy + yz + zx + 2xyz = 1$. Chứng minh $x + y + z \geq \frac{3}{2}$.

Câu 8. Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $ab + bc + ca + abc = 4$, Tìm min của $a + b + c$.

Câu 9. Cho các số dương x, y, z thỏa mãn $xy + yz + zx + xyz = 4$.

Chứng minh $\frac{1}{\sqrt{x^3 - 2x + 4}} + \frac{1}{\sqrt{y^3 - 2y + 4}} + \frac{1}{\sqrt{z^3 - 2z + 4}} \leq \sqrt{3}$

Câu 10. Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 3$.

Chứng minh rằng: $\frac{1}{\sqrt{xy + x + y}} + \frac{1}{\sqrt{yz + y + z}} + \frac{1}{\sqrt{zx + z + x}} \geq \sqrt{3}$

Câu 11. Cho a, b, c dương thỏa mãn $6a + 3b + 2c = abc$.

Tìm giá trị lớn nhất của $B = \frac{1}{\sqrt{a^2 + 1}} + \frac{2}{\sqrt{b^2 + 4}} + \frac{3}{\sqrt{c^2 + 9}}$.