

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
 Tài liệu lớp học zoom - 18h - 21h15 - Tối chủ nhật - 23/26 Nguyên Hồng

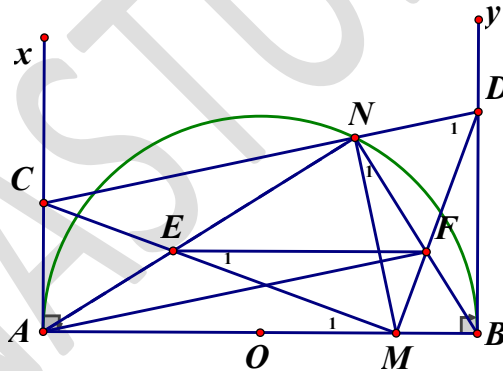
Họ và tên:Ngày học:

HÌNH HỌC

Câu 9. Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB = 2R. Trên đoạn thẳng OB lấy điểm M (M khác O và B). Đường thẳng vuông góc với MN tại N cắt các tiếp tuyến Ax, By của nửa đường tròn (O) lần lượt ở C và D (Ax, By và nửa đường tròn thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ AB)

- a) Chứng minh tứ giác ACNM nội tiếp
- b) Chứng minh AN.MD = NB.CM
- c) Gọi E là giao điểm của AN và CM, F là giao điểm của BN và MD. Chứng minh rằng EF vuông góc với BD.

HD:



a) Vì AC là tiếp tuyến của (O) tại A nên $\widehat{MAC} = 90^\circ$

Vì $MN \perp CD$ tại N nên $\angle MNC = \angle MND = 90^\circ$

Xét tứ giác ACNM có:

$$\widehat{MAC} + \widehat{MNC} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

$\Rightarrow ACNM$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°)

b) Vì BD là tiếp tuyến của (O) tại B nên $\angle MBD = 90^\circ$

Xét tứ giác BMND có: $\angle MBD + \angle MND = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow BMND$ là tứ giác nội tiếp $\Leftrightarrow \angle MDN = \angle MBN$ (cùng chắn cung MN)

$\Rightarrow \angle ABN = \angle MDC$

Vì $ACNM$ là tứ giác nội tiếp (câu a) $\Rightarrow \angle MAN = \angle MCN$ (cùng chắn cung MN)

$$\Rightarrow \widehat{BAN} = \widehat{MCD}$$

Xét $\triangle ABN$ và $\triangle CDN$ có: $\angle ABN = \angle MDC$ (cmt); $\angle BAN = \angle MCD$ (cmt)

$$\Rightarrow \triangle ABN \sim \triangle CDM (g.g) \Rightarrow \frac{AN}{CM} = \frac{NB}{MD} \Rightarrow AN.MD = NB.CM (dfcm)$$

c) Gọi $E = BN \cap DM$, ta chứng minh $EF \perp BD$

Vì $\triangle ABN \sim \triangle CDM$ (cmt) nên $\widehat{ANB} = \widehat{CMD}$ mà $\widehat{ANB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\Rightarrow \widehat{CMD} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ENF} = \widehat{EMF} = 90^\circ$$

Xét tứ giác $MENF$ có $\widehat{ENF} + \widehat{EMF} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow MENF$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°).

$$\Rightarrow \widehat{N}_1 = \widehat{E}_1 \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung } MF)$$

$$\text{Mà } \widehat{N}_1 = \widehat{D}_1 \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung } BM) \Rightarrow \widehat{E}_1 = \widehat{D}_1 \text{ (1)}$$

Vì $\triangle BDM$ vuông tại B nên $\widehat{D}_1 + \widehat{BMD} = 90^\circ$ (hai góc nhọn trong tam giác vuông phụ nhau)

$$\text{Mà } \widehat{BMD} + \widehat{CMD} + \widehat{M}_1 = 180^\circ \Rightarrow \angle M_1 + \angle BMD = 180^\circ - \angle CMD = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{D}_1 = \widehat{M}_1 \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{E}_1 = \widehat{M}_1$ mà hai góc này ở vị trí so le trong nên $EF \parallel AM$ hay $EF \parallel AB$. Lại

có $AB \perp BD$ (gt) $\Rightarrow EF \perp BD$

Vậy đường thẳng qua E vuông góc với BD cắt MD tại $F \in BN$ (dfcm)

ĐẠI SỐ

Câu 7. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$ có giá trị nguyên.

HD: Cách 1: Điều kiện $x \geq 0$.

$$A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} = \frac{\sqrt{x}+2-4}{\sqrt{x}+2} = 1 - \frac{4}{\sqrt{x}+2}, \quad A \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{4}{\sqrt{x}+2} \in \mathbb{Z}.$$

Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên \sqrt{x} nguyên hoặc là số vô tỉ, nếu \sqrt{x} là số vô tỉ thì $\frac{4}{\sqrt{x}+2}$ là số vô tỉ nên A là số vô tỉ,

loại.

Vậy $\sqrt{x} \in \mathbb{Z}, \sqrt{x}+2 \geq 2 \Rightarrow \sqrt{x}+2$ là ước lớn hơn 1 của 4 $\Rightarrow \sqrt{x}+2 \in \{2; 4\} \Rightarrow x \in \{0; 4\}$.

Cách 2: Sử dụng phương pháp đánh giá.

$$+ \text{ Vì } \frac{4}{\sqrt{x}+2} > 0 \Rightarrow -\frac{4}{\sqrt{x}+2} < 0 \Rightarrow 1 - \frac{4}{\sqrt{x}+2} < 1 \Rightarrow A < 1.$$

$$+ \text{ Vì } \sqrt{x}+2 \geq 2 > 0 \Rightarrow \frac{4}{\sqrt{x}+2} \leq \frac{4}{2} \Rightarrow 1 - \frac{4}{\sqrt{x}+2} \geq 1 - \frac{4}{2} \Rightarrow A \geq -1.$$

$$\text{Vậy } -1 \leq A < 1, A \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} A = 0 \Rightarrow \sqrt{x} - 2 = 0 \\ A = -1 \Rightarrow \sqrt{x} = 0 \end{cases} \Rightarrow x \in \{0; 4\}.$$

Câu 13. Cho biểu thức:

$$\text{Cho biểu thức } M = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$$

a. Tìm điều kiện của x để M xác định.

b. Rút gọn biểu thức M

c. Tìm các giá trị của x để $N = \frac{7M}{3}$ nguyên.

HD:

$$\text{a. ĐKXD: } \begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{x}+2 \neq 0 \\ \sqrt{x}-2 \neq 0 \\ \sqrt{x} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 0, x \neq 4$$

b. Với $x > 0; x \neq 4$ ta có:

$$\begin{aligned} M &= \left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} \\ &= \left[\frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} + \frac{\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \right] \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} \\ &= \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} = \frac{2}{\sqrt{x}+2} \end{aligned}$$

c. Ta có: $N = \frac{7M}{3} = \frac{14}{3(\sqrt{x}+2)}$. Vì $x > 0 \Rightarrow \sqrt{x}+2 > 2 \Rightarrow N < \frac{7}{3}$. Mặt khác $M > 0$ nên $N > 0$.

Vậy, ta có $0 < N < \frac{7}{3}$ mà N nhận giá trị nguyên nên $N = 1$ hoặc $N = 2$.

$$N = 1 \Rightarrow \frac{14}{3(\sqrt{x}+2)} = 1 \Rightarrow x = \frac{64}{9} \text{ (TM)}$$

$$N = 2 \Rightarrow \frac{14}{3(\sqrt{x}+2)} = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{9} \text{ (TM)}$$