BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9

CHỨNG MINH VUÔNG GÓC

Tài liệu lớp học zoom – 18h – 21h15 – Tối chủ nhật – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên: ....Ngày học: ....

Phương pháp

- Từ vuông góc đến song song: $c \perp a; a//b$ thì $c \perp b$.

- Cộng góc.

- Định lí Pitago đảo.

- Tính chất 3 đường cao trong tam giác, đường trung trực,…

- Tính chất góc nội tiếp chắn nửa đường tròn.

…

I. CÁC DẠNG BÀI VÀ CÂU MINH HỌA

Dạng 1. Sử dụng từ vuông góc đến song song

Câu 1. Cho tam giác $ABC(AB < AC)$ nội tiếp đường tròn (O). Vẽ các đường cao BE, CF của tam giác ABC. Chứng minh $AO \perp EF$.

Dạng 2. Cộng góc

Câu 2. Cho tam giác $ABC(AB < AC)$ nội tiếp đường tròn (O). Vẽ các đường cao BE, CF của tam giác ABC. Chứng minh $AO \perp EF$.

Câu 3. Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn tâm O. Gọi E là giao điểm của hai cạnh đối AD và BC. Gọi F là giao điểm của hai cạnh đối DC và AB. Chứng minh rằng các tia phân giác trong của hai góc E và F vuông góc với nhau.

Dạng 3. Định lí Pytago đảo

Câu 4. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Trên AH lấy D, trên tia đối của tia HA lấy điểm E sao cho $AD = HE$. Đường thẳng vuông góc với AH tại D cắt AC tại F. Chứng minh rằng EB vuông góc với EF.

Dạng 4. Tính chất 3 đường cao trong tam giác

Câu 5. Cho đường tròn (O) đường kính AB, điểm S nằm ngoài đường tròn. Biết SA và SB cắt đường tròn tại M, N. Gọi H là giao điểm của BM và AN. Chứng minh rằng $SH \perp AB$.

Dạng 5. Tính chất góc nội tiếp chắn nửa đường tròn

Câu 6. Đường tròn tâm O nội tiếp trong tam giác ABC. Gọi M và N lần lượt là hai tiếp điểm của đường tròn đó với hai cạnh AB và AC. Tia MN cắt tia phân giác của góc B tại P. Chứng minh BP vuông góc với CP.

Dạng 6. Kết hợp các kĩ năng

Câu 7. Cho tam giác ABC nhọn, $AB < AC$ nội tiếp đường tròn tâm (O). Kẻ đường kính AD, đường cao AH, BE vuông góc với AD tại E. Chứng minh $HE \perp AC$.

Câu 8. Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) và có các đường cao BE, CF cắt nhau tại H $(E \in AC, F \in AB)$. Gọi P, Q là hai giao điểm của đường thẳng EF và đường tròn (O) sao cho điểm E nằm giữa hai điểm P và điểm F. Chứng minh AO là đường trung trực của đoạn thẳng PQ

Câu 9. Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$. Trên đoạn thẳng OB lấy điểm M (M khác O và B).Đường thẳng vuông góc với MN tại N cắt các tiếp tuyến Ax, By của nửa đường tròn (O) lần lượt ở C và D $(Ax, By$ và nửa đường tròn thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ $AB)$

a) Chứng minh tứ giác ACNM nội tiếp

b) Chứng minh $AN.MD = NB.CM$

c) Gọi E là giao điểm của AN và CM, F là giao điểm của BN và MD. Chứng minh rằng EF vuông góc với BD.

Câu 10. Cho hai đường tròn bằng nhau $(O;R)$ và $(O';R)$ cắt nhau tại hai điểm A và B sao cho $AB = R$ .Kẻ đường kính AC của đường tròn (O). Gọi E là một điểm bất kỳ trên cung nhỏ $BC(E \neq B;C), CB$ và EB lần lượt cắt đường tròn (O) tại các điểm thứ hai là D và F

a) Chứng minh $\widehat{AFD} = 90^\circ$

b) Chứng minh $AE = AF$

c) Gọi P là giao điểm của CE và FD. Gọi Q là giao điểm của AP và EF. Chứng minh AP là đường trung trực của EF

Câu 11. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Hai đường cao của tam giác ABC là AD, BE cắt nhau tại $H(D \in BC, E \in AC)$

a) Chứng minh: CDHE là tứ giác nội tiếp một đường tròn

b) Chứng minh: $HA.HD = HB.HE$

c) Gọi điểm I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác CDHE. Chứng minh IE là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AB

Câu 12. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn $(O;R)$. Hai đường cao BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H. Đường thẳng AH cắt BC tại D và cắt đường tròn $(O;R)$ tại điêm thứ hai là M

1) Chứng minh tứ giác $AEHF$ nội tiếp

2) Chứng minh BC là tia phân giác của $\widehat{EBM}$

3) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AEHF$. Chứng minh IE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔBCE

Câu 13. Qua điểm A nằm ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến AB và AC của đường tròn (B và C là các tiếp điểm). Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng AC, F là giao điểm thứ hai của đường thẳng EB đường tròn ngoại tiếp tam giác ABF. Chứng minh:

a) Tứ giác ABOC là tứ giác nội tiếp và tam giác ABF đồng dạng với tam giác AKB

b) $\mathrm{BF.CK} = \mathrm{CF.BK}$

c) $\triangle FCE \sim \triangle CBE$ và AE vuông góc với AI

Giáo viên: Trần Tuấn Việt

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9

TỔNG ÔN: CÂU 1 - BÀI TOÀN TÌM X ĐỂ BIỂU THỨC NGUYÊN

Tài liệu lớp học zoom – 18h – 21h15 – Tối chủ nhật – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên: ....Ngày học: ....

Dạng 1: Tìm giá trị của biến x nguyên để $A=\dfrac{a}{c\sqrt{x}+d}\left(a,c,d\in\mathbb{Z}\right)$ là số nguyên.

PP: $c\sqrt{x}+d$ là ước của a.

Khi x nguyên (thêm ĐK căn là số tự nhiên) thì $c\sqrt{x}+d$ là số vô tỉ hoặc số nguyên.

Do đó A nguyên khi $c\sqrt{x}+d$ là ước của a.

Câu 1. Biểu thức A sau khi rút gọn có dạng $A=\dfrac{5}{\sqrt{x}-2}$. Tìm x **nguyên** để A nguyên.

(Với điều kiện ban đầu: $x\ge 0,x\ne 4,x\ne 9\left(*\right)$).

Dạng 2: Tìm giá trị của biến x nguyên để $A=\dfrac{a\sqrt{x}+b}{c\sqrt{x}+d}\left(a,b,c,d\in\mathbb{Z}\right)$ là số nguyên.

PP: Thực hiện phép chia tử cho mẫu, được:

$A=\dfrac{a\sqrt{x}+b}{c\sqrt{x}+d}=\dfrac{a}{c}+\dfrac{k}{c\sqrt{x}+d}$, từ đây cách giải giống dạng 1.

Chú ý khi $\dfrac{a}{c}$ không nguyên thì phải nhân 2 vế để biểu thức $\dfrac{a}{c}$ nguyên.

Câu 2. Biểu thức A sau khi rút gọn có dạng $A=\dfrac{3\sqrt{x}+5}{2\sqrt{x}+1}$.

Với điều kiện ban đầu: $x\ge 0,x\ne 9\ \left(1\right)$. Tìm x nguyên để A nguyên.

Dạng 3: Tìm giá trị của biến x nguyên để $A=a\sqrt{x}+b+\dfrac{c}{d\sqrt{x}+e}\left(a,b,c,d,e\in\mathbb{Z}\right)$ là số nguyên.

Chú ý: Với dạng này ta vẫn phải xét trường hợp khi x nguyên và $\sqrt{x}$ là số vô tỉ để khẳng định A vô tỉ để loại và cách giải giống hai dạng trên.
Dựa vào biểu thức ban đầu trước khi chia.

Câu 3. Tìm x nguyên để $A=\dfrac{x-2}{\sqrt{x}-3}$ nguyên.

Dạng 4: Tìm giá trị của biến x (số thực) để A là số nguyên.

Phương pháp giải:

• Đánh giá từ điều kiện của x và tìm cách chứng minh $m \le A \le n$ từ đó suy ra các giá trị nguyên của A và tìm được x.

• **Chú ý:**

+ Khi tìm được x phải kết hợp với điều kiện ban đầu.

Câu 4. Tìm x để $A = \dfrac{3\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$ nguyên, với điều kiện ban đầu $x \ge 0, x \ne 9$.

Câu 5. Tìm các giá trị của x để $P = \dfrac{3}{x-\sqrt{x}+3}$ là số nguyên.

II. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Câu 6. (Trích câu c trong đề thi Hà Nội 2016) Tìm x để $P = \dfrac{7}{\sqrt{x}+3}\left(x \ge 0\right)$ là số nguyên.

Câu 7. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $A = \dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$ có giá trị nguyên.

Câu 8. Tìm x để $B = \dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ (với $x \ge 0$) có giá trị nguyên.

Câu 9. Tìm các giá trị của x để $P = \dfrac{5\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}$ là số nguyên.

Câu 10. Cho các biểu thức $P = \dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \dfrac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} + \dfrac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6}$ và $Q = 1 - \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ với $x \ge 0; x \ne 4; x \ne 9$.

Tìm x để $\dfrac{1}{T}$ có giá trị nguyên.

Câu 11. Cho hai biểu thức $A = \dfrac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \dfrac{2}{\sqrt{x}+3} - \dfrac{\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} + \dfrac{\sqrt{x}+15}{x-9}$ với $x \ge 0; x \ne 9$

a) Cho $P = A.B$. Tìm x để $P \ge 1$.

b) Tìm x nguyên để P nguyên.

Câu 12. Cho biểu thức: $A = \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$; $B = \dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1} - \dfrac{3}{1-\sqrt{x}} + \dfrac{4}{x-1}$ vơi $x \ge 0; x \ge 1$.

Tìm các số hữu tỉ x để $P = A\,.\,B$ có giá trị nguyên.

Câu 13. Cho biểu thức:

Cho biểu thức $M = \left(\dfrac{1}{\sqrt{x}+2} + \dfrac{1}{\sqrt{x}-2}\right).\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$

a. Tìm điều kiện của x để M xác định.

b. Rút gọn biểu thức M

c. Tìm các giá trị của x để $N=\frac{7M}{3}$ nguyên.

Câu 14. Cho hai biểu thức: $A=\frac{x-3}{\sqrt{x}+1};B=\frac{x-\sqrt{x}-7}{x+\sqrt{x}-6}+\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3}+\frac{\sqrt{x}-3}{2-\sqrt{x}}$ $(x\ge 0;x\ne 4)$

a) Chứng minh $B=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$

b) Cho biểu thức $M=A.B$. Tìm số nguyên x lớn nhất để M nhận giá trị nguyên

Giáo viên: Bùi Minh Mẫn