BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 11

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Tài liệu lớp học 11A1 – 18h – 21h15 – Tối thứ năm – 23/26 Nguyên Hồng

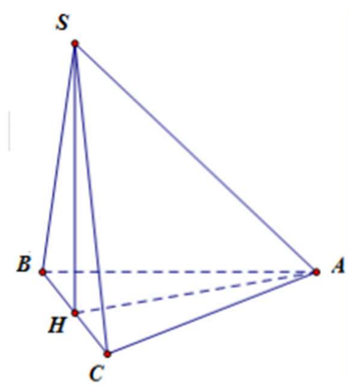
Họ và tên: ....Ngày học: ....

HÌNH HỌC

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$. Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC.

Biết tam giác SBC là tam giác đều.

Tính số đo của góc giữa SC và (ABC).



A. 60^0 **B.** 75^0

C. 45^0 **D.** 30^0

HD:

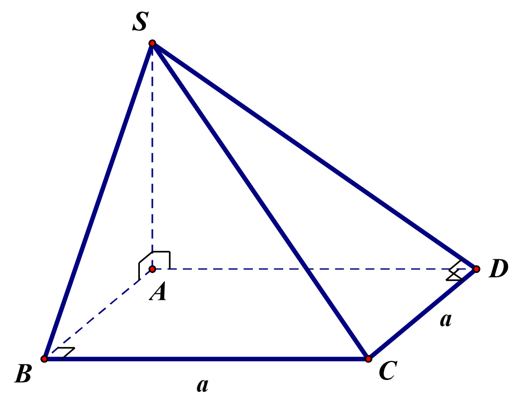
Từ giả thiết ta có $SH \perp (ABC)$ suy ra HC là hình chiếu của SC trên mặt phẳng (ABC).

Do đó $\widehat{(SC,(ABC))} = \widehat{(SC,HC)} = \widehat{SCH} = 60^0$ (Do tam giác SBC là tam giác đều).

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $(ABCD)$ là hình vuông cạnh a.. Cạnh bên SA vuông góc với $(ABCD)$. Góc giữa cạnh SC và mặt phẳng (SAD) là góc nào sau đây?

A. $\widehat{SCA}$.   **B.** $\widehat{CSA}$.   **C.** $\widehat{SCD}$.   **D.** $\widehat{CSD}$.

HD:



Ta có: $SC \cap (SAD) = \{S\}$ (1)

Mặt khác:

$$\left.\begin{array}{l} CD \perp AD \\ CD \perp SA \\ AD \cap SA = \{A\} \end{array}\right\} \Rightarrow CD \perp (SAD),$$

tức là D là hình chiếu vuông góc của C lên (SAD) (2)

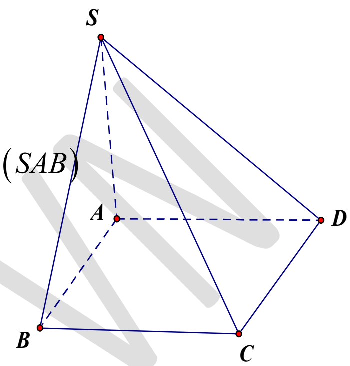
Từ (1), (2) suy ra SD là hình chiếu vuông góc của SC lên (SAD).

Vậy góc giữa cạnh SC và mặt phẳng (SAD) là $\widehat{CSD}$.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{3},\ AB = a$. Tính góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAB).

A. 30^0. **B.** 60^0. **C.** 45^0. **D.** 90^0.

HD:



Ta có: $AD \perp AB$ (1)

Mặt khác $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AD$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AD \perp (SAB) \Rightarrow SA$ là hình chiếu của SD lên mặt phẳng (SAB)

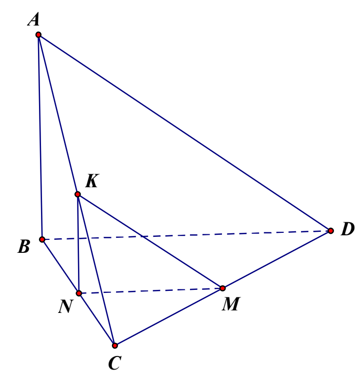
$\Rightarrow \widehat{(SD,(SAB))} = \widehat{(SD,SA)} = \widehat{DSA}$.

Ta có: ΔSAD vuông tại $A \Rightarrow \tan\widehat{DSA} = \dfrac{AD}{SA} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{DSA} = 30^0$.

Câu 14: Cho tứ diện $ABCD$, biết ΔBCD vuông tại B, $AB \perp (BCD)$, M là trung điểm của DC. Thiết diện của hình tứ diện khi cắt bởi mặt phẳng qua M và vuông góc với BC là

A. hình chữ nhật. **B.** tứ giác. **C.** tam giác cân. **D.** tam giác vuông.

HD:



Gọi N, K lần lượt là trung điểm của BC, AC

$\Rightarrow \begin{cases} MN \perp BC \\ NK \perp BC \end{cases} \Rightarrow (MNK) \perp BC$

Thiết diện của hình tứ diện khi cắt bởi mặt phẳng qua M và vuông góc với BC là ΔMNK.

Do $AB \perp (BCD); AB // NK \Rightarrow NK \perp (BCD) \Rightarrow NK \perp MN \Rightarrow \Delta MNK$ vuông tại N.

Thiết diện của hình tứ diện khi cắt bởi mặt phẳng qua M và vuông góc với BC là tam giác vuông.

ĐẠI SỐ

Câu 4. Tìm số gia của hàm sô $f(x) = x^3$, biết rằng :

a) $x_0 = 1; \Delta x = 1$;

b) $x_0 = 1; \Delta x = -0,1$.

HD:

a) $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) = f(1+1) - f(1) = f(2) - f(1) = 2^3 - 1^3 = 7$

b) $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) = f(1-0,1) - f(1) = f(0,9) - f(1) = 0,9^3 - 1^3 = -0,271$

Câu 5. Tính Δy và $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ của các hàm số sau theo x và Δx :

a) $y=2x-5$;

b) $y=x^2-1$;

c) $y=2x^3$;

d) $y=\frac{1}{x}$.

HD:

Gọi Δx là số gia của biến số x

a) Ta có: $\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)=\left[2(x+\Delta x)-5\right]-(2x-5)$

$$=\left[2x+2\Delta x-5\right]-2x+5=2\Delta x$$

Khi đó $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{2\Delta x}{\Delta x}=2$

b) Ta có: $\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)=\left[(x+\Delta x)^2-1\right]-(x^2-1)$

$$=x^2+2x\Delta x+(\Delta x)^2-1-x^2+1=2x\Delta x+(\Delta x)^2$$

Khi đó $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{2x\Delta x+(\Delta x)^2}{\Delta x}=2x+\Delta x$

c) Ta có: $\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)=\left[2(x+\Delta x)^3-1\right]-2x^3$

$$=2\left[x^3+3x^2\Delta x+3x(\Delta x)^2+(\Delta x)^3\right]-2x^3=6x^2\Delta x+6x(\Delta x)^2+2(\Delta x)^3$$

Khi đó $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{6x^2\Delta x+6x(\Delta x)^2+2(\Delta x)^3}{\Delta x}=6x^2+6x\Delta x+2(\Delta x)^2$

d) Ta có: $\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)=\frac{1}{x+\Delta x}-\frac{1}{x}$

$$=\frac{x-(x+\Delta x)}{x(x+\Delta x)}=\frac{-\Delta x}{x(x+\Delta x)}$$

Khi đó $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{\frac{-\Delta x}{x(x+\Delta x)}}{\Delta x}=\frac{-1}{x(x+\Delta x)}$

Câu 6. Tính (bằng định nghĩa) đạo hàm của mỗi hàm số sau tại các điểm đã chỉ ra :

a) $y=x^2+x$ tại $x_0=1$;

b) $y=\frac{1}{x}$ tại $x_0=2$;

c) $y=\frac{x+1}{x-1}$ tại $x_0=0$.

HD:

a) Ta có: $y = f(x) = x^2 + x \Rightarrow f(1) = 2$

$$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x\to 1}\frac{x^2+x-2}{x-1} = \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+2)}{x-1} = \lim_{x\to 1}(x+2) = 3$$

$\Rightarrow f'(1) = 3$

b) Ta có: $y = f(x) = \frac{1}{x} \Rightarrow f(2) = \frac{1}{2}$

$$\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \lim_{x\to 2}\frac{\frac{1}{x}-\frac{1}{2}}{x-2} = \lim_{x\to 2}\frac{2-x}{2x(x-2)} = \lim_{x\to 2}\frac{-1}{2x} = -\frac{1}{4}$$

$\Rightarrow f'(2) = -\frac{1}{4}$

c) Ta có: $y = f(x) = \frac{x+1}{x-1} \Rightarrow f(0) = -1$

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x} = \lim_{x\to 0}\frac{\frac{x+1}{x-1}+1}{x} = \lim_{x\to 0}\frac{2x}{x(x-1)} = \lim_{x\to 0}\frac{2}{x-1} = -2$$

$\Rightarrow f'(0) = -2$

Câu 7. Chứng minh rằng hàm số $f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & \text{neu } x \ge 0 \\ -x^2 & \text{neu } x < 0 \end{cases}$

không có đạo hàm tại điểm $x = 0$ nhưng có đạo hàm tại điểm $x = 2$.

HD:

Tại $x = 0$ ta có:

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+}(x-1)^2 = 1$

$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-}(-x^2) = 0$

$\Rightarrow \lim_{x\to 0^+} f(x) \ne \lim_{x\to 0^-} f(x)$

$\Rightarrow$ Không tồn tại $\Rightarrow \lim_{x\to 0} f(x)$

$\Rightarrow$ Không tồn tại đạo hàm của $f(x)$ tại $x = 0$

Tại $x = 2$ ta có:

$$\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \lim_{x\to 2}\frac{(x-1)^2-1}{x-2} = \lim_{x\to 2}\frac{x^2-2x}{x-2} = \lim_{x\to 2}\frac{x(x-2)}{x-2} = \lim_{x\to 2} x = 2$$

Vậy $f'(2) = 2$

Câu 8. Viết phương trình tiếp tuyến của đường cong $y = x^3$:

a) Tại điểm $(-1;-1)$;

b) Tại điểm có hoành độ bằng 2 ;

c) Biết hệ số góc của tiếp tuyến bằng 3 .

HD:

Với $x_0 \in \mathbb{R}$ ta có:

$$\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=\lim_{x\to x_0}\frac{x^3-x_0^3}{x-x_0}=\lim_{x\to x_0}\frac{(x-x_0)(x^2+xx_0+x_0^2)}{x-x_0}$$

$$=\lim_{x\to x_0}(x^2+xx_0+x_0^2)=x_0^2+x_0^2+x_0^2=3x_0^2$$

$$\Rightarrow f'(x_0)=3x_0^2$$

a) Phương trình tiếp tuyến của $y = x^3$ tại điểm $(-1;-1)$ là:

$$y=f'(1)(x+1)+y(-1)=3.(-1)^2(x+1)-1=3x+2$$

b) $x_0=2 \Rightarrow y_0=f(2)=2^3=8$

$\Rightarrow f'(x_0)=f'(2)=3.2^2=12$

$\Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến của $y=x^3$ tại điểm có hoành độ bằng 2 là $y=12(x-2)+8=12x-16$

c) $k=3 \Rightarrow f'(x_0)=3 \Leftrightarrow 3x_0^2=3 \Leftrightarrow x_0=\pm 1$

*) $x_0=1 \Rightarrow y_0=1^3=1$

$\Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến: $y=3(x-1)+1=3x-2$

*) $x_0=-1 \Rightarrow y_0=(-1)^3=-1$

$\Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến: $y=3(x+1)-1=3x+2$