

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
CHỨNG MINH TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG VÀ HỆ THỨC HÌNH HỌC
Tài liệu lớp học zoom - 18h - 21h15 - Tối chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:Ngày học:

- Chứng minh hai tam giác đồng dạng theo các trường hợp đồng dạng.
- Chứng minh các hệ thức liên quan đến tam giác vuông, các hệ thức tích độ dài,...

I. CÁC DẠNG BÀI VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

Dạng 1. Chứng minh hai tam giác đồng dạng theo các trường hợp đồng dạng

Ví dụ 1. Cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi O là trung điểm của AB , H là hình chiếu vuông góc của A lên OC . Chứng minh tam giác OHB và tam giác OBC đồng dạng.

Ví dụ 2. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) , $AB < AC$. Tiếp tuyến tại B và C của (O) cắt nhau ở P , M là trung điểm của BC . Nối AP cắt (O) tại D .

- Chứng minh $\triangle DBP \sim \triangle BAP$.
- Chứng minh $\triangle PDM \sim \triangle POA$.
- Chứng minh $\triangle OMA \sim \triangle DMP$.
- Chứng minh $\triangle AMC \sim \triangle CMD$.

Dạng 2. Chứng minh hệ thức liên quan đến tam giác vuông

Phương pháp:

- Sử dụng các hệ thức lượng trong tam giác vuông.
- Định lý Pitago
- Các phép biến đổi biểu thức đại số.

Ví dụ 3. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Đường cao AH . Gọi E, F là hình chiếu vuông góc của H lần lượt lên AB, AC .

- Chứng minh: $BE^2 + 3AH^2 + CF^2 = BC^2$
- Chứng minh: $AH^3 = BE.CF.BC$
- Chứng minh: $\frac{AB^3}{AC^3} = \frac{BE}{CF}$

Dạng 3. Chứng minh hệ thức độ dài liên quan đến định lý Talet và tam giác đồng dạng

Ví dụ 4. Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn (O) . M là một điểm bất kỳ thuộc cung nhỏ AC . Tia AM cắt BC tại N . Chứng minh rằng: $AB^2 = AM.AN$

Ví dụ 5. Cho hình vuông $ABCD$ nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Gọi P là một điểm trên cung nhỏ CD . Chứng minh rằng: $PA + PC = \sqrt{2}.PB$

Ví dụ 6. Cho đường tròn tâm O , bán kính R . Từ một điểm M ở ngoài đường tròn, kẻ hai tiếp tuyến MA và MB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm). Qua A , kẻ đường thẳng song song với MO cắt đường tròn tại E (E khác A đường thẳng ME cắt đường tròn tại F (F khác E), đường thẳng AF cắt MO tại N , H là giao điểm của MO và AB .

a. Chứng minh: $MN^2 = NF \cdot NA$ và $MN = NH$.

b. Chứng minh: $\frac{HB^2}{HF^2} - \frac{EF}{MF} = 1$.

Dạng 4. Bài toán tổng hợp

Ví dụ 7. Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn. Các đường cao AK, BE và CF cắt nhau tại H . Gọi I là trung điểm của đoạn AH , N là trung điểm của đoạn BC

a) Chứng minh bốn điểm A, E, H, F nằm trên cùng một đường tròn

b) Chứng minh NE là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AH

c) Chứng minh $CI^2 - IE^2 = CK \cdot CB$

Ví dụ 8. Từ một điểm S ở ngoài đường tròn (O), kẻ hai tiếp tuyến SB, SC (B, C là các tiếp điểm) và một cát tuyến cắt (O) tại D và E (D nằm giữa S và E). Qua B kẻ đường thẳng song song với DE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là A . BC và AC cắt DE lần lượt tại F và I .

a) Chứng minh $\angle SIC = \angle SBC$

b) Chứng minh 5 điểm S, B, O, I, C cùng nằm trên một đường tròn

c) Chứng minh $FI \cdot FS = FD \cdot FE$

Ví dụ 9. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và $AB < AC$. Vẽ các đường cao AD, BE, CF của tam giác đó. Gọi H là giao điểm của các đường cao vừa vẽ

a) Chứng minh rằng các tứ giác $AEHF$ và $BFEC$ nội tiếp

b) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AH, BC . Chứng minh rằng $FM \cdot FC = FN \cdot FA$

Ví dụ 10. Từ điểm M nằm ngoài đường tròn ($O; R$), kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A và B là hai tiếp điểm)

a) Chứng minh tứ giác $MAOB$ nội tiếp

b) Vẽ tia Mx nằm giữa hai tia MA và MO . Tia Mx cắt đường tròn ($O; R$) tại điểm C và điểm D (điểm C nằm giữa hai điểm M và D). Chứng minh hai tam giác MAC và MDA đồng dạng, rồi từ đó suy ra

$$\frac{MC}{MD} = \left(\frac{AC}{AD} \right)^2$$

Ví dụ 11. Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O) , điểm D thuộc cung nhỏ AB (D khác A và B). Các tiếp tuyến với đường tròn (O) tại B và C cắt AD theo thứ tự tại E và G . Gọi I là giao điểm của CE và BG

- a) Chứng minh rằng $\triangle EBC \sim \triangle BCG$
- b) Tính số đo góc BIC . Từ đó, hãy chứng minh tứ giác $BIDE$ nội tiếp
- c) Gọi K là giao điểm của DI và BC . Chứng minh rằng $BK^2 = KI \cdot KD$

Ví dụ 12. Cho đường tròn (O) và dây cung BC không đi qua tâm O . Hai tiếp tuyến với đường tròn (O) tại B và C cắt nhau tại A . Lấy điểm M trên cung nhỏ BC (M khác B và C), gọi I, H, K theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ M đến BC, AB, AC

- a) Chứng minh các tứ giác $MIBH, MICK$ nội tiếp
- b) Chứng minh $MI^2 = MH \cdot MK$
- c) Từ điểm P nằm ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến PQ, PR tới đường tròn với Q, R là các tiếp điểm. Đường thẳng qua P cắt đường tròn (O) tại hai điểm E, F (E nằm giữa P và F , dây cung EF không đi qua tâm O). Gọi I là trung điểm của EF, K là giao điểm của PF và QR . Chứng minh rằng

$$\frac{2}{PK} = \frac{1}{PE} + \frac{1}{PF}$$

VINASTUDY.VN

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9

TỔNG ÔN: TOÁN CHUYỂN ĐỘNG

Tài liệu lớp học zoom - 18h - 21h15 - Tối chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:Ngày học:

Công thức sử dụng:

$$S = V \times t$$

Trong đó:

S : Quãng đường chuyển động(km).

V : Vận tốc chuyển động trên quãng đường S (km/h).

t : Thời gian chuyển động quãng đường S với vận tốc V (giờ).

Phương pháp:

- Đọc và tóm tắt bằng sơ đồ, biểu đồ hay lập bảng nếu có thể.
- Phân tích mối quan hệ giữa các đại lượng: vận tốc, quãng đường, thời gian đã biết với các đại lượng cần xác định để chọn ẩn thích hợp.
- Thiết lập các phương trình.
- Giải phương trình hoặc hệ phương trình.
- Kiểm tra và kết luận.

I. CÁC DẠNG BÀI VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

Dạng 1. Chuyển động có vận tốc thay đổi trên đoạn đường.

a. Bài toán lập hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.

Ví dụ 1. Một ô tô đi quãng đường AB với vận tốc 50km/giờ, rồi đi tiếp quãng đường BC với vận tốc 45km/h. Biết quãng đường tổng cộng dài 165 km và thời gian ô tô đi trên quãng đường AB ít hơn thời gian đi trên quãng đường BC là 30 phút. Tính thời gian ô tô đi trên mỗi quãng đường.

Ví dụ 2. Xe máy thứ nhất đi trên quãng đường từ Hà Nội về Thái Bình hết 3 giờ 20 phút. Xe máy thứ hai cũng đi trên quãng đường đó hết 3 giờ 40 phút. Mỗi giờ xe máy thứ nhất đi nhanh hơn xe máy thứ hai 3 km. Tính vận tốc của mỗi xe máy và quãng đường từ Hà Nội đến Thái Bình.

b. Bài toán lập phương trình bậc hai.

Ví dụ 3. Bạn Hà dự định đi từ A đến B cách nhau 120 km trong một thời gian đã định. Sau khi đi 1 giờ, Hà nghỉ 10 phút, do đó để đến B đúng hẹn Hà phải tăng vận tốc thêm 6 km/h. Tính vận tốc lúc đầu của Hà.

Ví dụ 4. Khoảng cách giữa hai thành phố A và B là 180 km. Một ô tô đi từ A đến B, nghỉ 90 phút ở B rồi lại từ B về A. Thời gian từ lúc đi đến lúc trở về A là 10 giờ. Biết vận tốc lúc về kém vận tốc lúc đi là 5

km/h. Tính vận tốc lúc đi của ô tô.

Dạng 2. Chuyển động có dòng nước

Trong dạng toán này có sự xuất hiện của dòng nước nên vận tốc thiết kế của vật lúc xuôi dòng và lúc ngược dòng có sự thay đổi.

Công thức sử dụng

$$\text{Vận tốc xuôi dòng: } V_x = V + V_n$$

$$\text{Vận tốc ngược dòng: } V_{ng} = V - V_n$$

Trong đó:

V_x là vận tốc của vật khi xuôi dòng.

V_{ng} là vận tốc của vật khi ngược dòng.

V_n là vận tốc của dòng nước.

a. Bài toán lập hệ phương trình bậc nhất 2 ẩn.

Ví dụ 5. Một ca nô ngược dòng từ bến A đến bến B với vận tốc là 20km/h, sau đó lại xuôi từ bến B trở về bến A. Thời gian ca nô ngược dòng từ A đến B nhiều hơn thời gian ca nô xuôi dòng từ B về A là 2 giờ 40 phút. Tính khoảng cách giữa hai bến A và B. Biết vận tốc dòng nước là 5km/h, vận tốc riêng của ca nô lúc xuôi dòng và lúc ngược dòng là bằng nhau.

b. Bài toán lập phương trình bậc 2.

Ví dụ 6. Một khúc sông từ bến A đến bến B dài 45 km. Một canô đi xuôi dòng từ A đến B rồi ngược dòng từ B về A hết tất cả 6 giờ 15 phút (không tính thời gian nghỉ). Biết vận tốc của dòng nước là 3 km/h. Tính vận tốc của canô khi nước lặng.

Dạng 3. Chuyển động cùng chiều, ngược chiều

a. Chuyển động ngược chiều gặp nhau.

Phương pháp:

Hai xe khởi hành cùng một lúc, khi hai xe gặp nhau thì thời gian chúng đi là bằng nhau và tổng quãng đường đi bằng khoảng cách giữa 2 điểm. Ta sử dụng điều này để định hướng đi thiết lập hệ phương trình.

Ví dụ 7. Hai tỉnh A và B cách nhau 180 km. Cùng một lúc, một ô tô đi từ A đến B và một xe máy đi từ B về A. Hai xe gặp nhau tại thị trấn C. Từ C đến B ô tô đi hết 2 giờ, còn từ C về A xe máy đi hết 4 giờ 30 phút. Tính vận tốc của mỗi xe biết rằng trên đường AB hai xe đều chạy với vận tốc không đổi.

b. Chuyển động cùng chiều đuổi kịp nhau.

Phương pháp:

Khi hai xe gặp nhau thì thời gian chúng đi là bằng nhau và hiệu quãng đường đi bằng khoảng cách 2 điểm. Ta sử dụng điều này để định hướng đi thiết lập hệ phương trình.

Ví dụ 8. Một người đi xe đạp từ tỉnh A đến tỉnh B cách nhau 50 km. Sau đó 1 giờ 30 phút người đi xe máy cũng đi từ A và đến B sớm hơn 1 giờ. Tính vận tốc của mỗi xe, biết rằng vận tốc xe máy gấp 2,5 lần vận tốc xe đạp.

VẬN DỤNG TỔNG HỢP

Bài 1. Một xe máy đi từ A đến B với một vận tốc xác định và trong một thời gian đã định. Nếu vận tốc của xe máy giảm 10 km/h thì thời gian đi tăng 45 phút. Nếu vận tốc của xe máy tăng 10 km/h thì thời gian giảm 30 phút. Tính vận tốc dự định của xe máy.

Bài 2. Một người đi xe máy từ A đến B cách A 60 km. Khi từ B trở về A do trời mưa nên người đó giảm vận tốc bé hơn vận tốc khi đi là 10 km/h do đó thời gian về nhiều hơn thời gian đi là 30 phút. Tính vận tốc lúc đi.

Bài 3. Một ô tô dự định đi từ A đến B với vận tốc 40 km/h. Khi còn cách điểm chính giữa quãng đường AB 60 km thì xe tăng vận tốc thêm 10 km/h nên đã đến B sớm hơn dự định là 1 giờ. Tính AB.

Bài 4. Một người đi bộ từ A đến B với vận tốc 4 km/h, rồi đi ô tô từ B đến C với vận tốc 40 km/h (B ở giữa A và C). Lúc về người đó đi xe đạp trên cả quãng đường từ C về A với vận tốc 16 km/h. Biết quãng đường AB ngắn hơn quãng đường BC là 24 km và thời gian lúc đi bằng thời gian lúc về. Tính quãng đường AC.

Bài 5. Hai canô cùng khởi hành từ hai bên A và B cách nhau 85km đi ngược chiều nhau. Sau 1 giờ 40 phút thì gặp nhau. Tính vận tốc riêng của mỗi canô biết rằng vận tốc riêng của canô đi xuôi lớn hơn vận tốc riêng canô đi ngược là 9 km/h và vận tốc dòng nước là 3 km/h.

Bài 6. Một canô xuôi dòng từ A đến B. Cùng lúc đó một bè nứa cũng trôi từ tự do từ A đến B. Sau khi đi được 24 km canô quay lại và gặp bè nứa tại D cách A là 8 km. Tính vận tốc riêng của canô. Biết rằng vận tốc của dòng nước là 4 km/h.

Bài 7. Một canô xuôi dòng trên một khúc sông từ bến A đến bến B cách nhau 80km/h, sau đó lại ngược dòng đến địa điểm C cách B 72 km/h, thời gian canô xuôi dòng ít hơn thời gian canô ngược dòng là 15 phút. Tính vận tốc riêng của canô, biết vận tốc của dòng nước là 4km/h.

Bài 8. Hai ô tô khởi hành cùng một lúc từ hai tỉnh A và B cách nhau 270 km, đi ngược chiều và gặp nhau sau 3 giờ. Biết rằng nếu vận tốc của ô tô đi từ A tăng thêm 30 km/h sẽ bằng 2 lần vận tốc của ô tô đi từ B. Tính vận tốc của xe đi từ A.

Bài 9. Đoạn đường AB dài 180 km, cùng một lúc xe máy đi từ A đến B và ô tô đi từ B về A. Xe máy gặp ô tô tại C cách A 80 km. Nếu xe máy khởi hành sau 54 phút thì chúng gặp nhau tại D cách A 60 km. Tính vận tốc ô tô và xe máy.

Giáo viên: Bùi Minh Mẫn