

Toán lớp 9: Nền tảng chuyên

KIỂM TRA 90 PHÚT

Tài liệu lớp học Zoom 9A0 - 18h - 21h15 - Tối chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên:..... Ngày học:.....

Câu 1.

a) Cho $f(x) = \frac{1}{(2x+1)(\sqrt{x+1}+\sqrt{x})}$, ($x \in \mathbb{N}^*$).

Chứng minh $f(x) < \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right)$ với mọi $x \in \mathbb{N}^*$ và $f(1) + f(2) + \dots + f(2023) < \frac{1}{2}$.

b) Chứng minh $7^{2n+1} - 48n - 7 : 288$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

Câu 2. Cho các số nguyên tố a, b thỏa mãn $a + b^2$ là số chính phương.

a) Chứng minh rằng $a = 2b + 1$.

b) Chứng minh rằng $a^2 + b^{2023}$ không phải là số chính phương.

Câu 3.

a) Tìm các số nguyên a, b thỏa mãn $2a^2 + b^2 + 3ab + 3a + 2b + 2 = 0$.

b) Giải phương trình: $x + \sqrt{x^2 - 1} = \sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} + 4$.

Câu 4.

a) Giải phương trình: $(y^2 + 1)(2y^2 - 3\sqrt{2y^2 + 2y + 1} + 4) = 1 - y$.

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3 + 3x = y^3 - 8 \\ x^2 + y^2 = y + 2 \end{cases}$$

Câu 5.

a) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 3$.

Chứng minh $\frac{1}{\sqrt{a(2b+3c)}} + \frac{1}{\sqrt{b(2c+3a)}} + \frac{1}{\sqrt{c(2a+3b)}} \geq \frac{3\sqrt{5}}{5}$.

b) Cho số thực a thỏa mãn $1 \leq a \leq 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của biểu thức $T = \frac{3+a}{a} + \frac{6-a}{3-a}$.

Giáo viên: Thầy Trần Ngọc Hà