

**BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9**

**CHỨNG MINH TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG VÀ HỆ THỨC HÌNH HỌC (tiếp)**

Tài liệu lớp học zoom - 18h - 21h15 - Tối chủ nhật - 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên: .....Ngày học: .....

- Chứng minh hai tam giác đồng dạng theo các trường hợp đồng dạng.
- Chứng minh các hệ thức liên quan đến tam giác vuông, các hệ thức tích độ dài,...

**I. CÁC DẠNG BÀI VÀ VÍ DỤ MINH HỌA**

**Dạng 1. Chứng minh hai tam giác đồng dạng theo các trường hợp đồng dạng**

**Dạng 2. Chứng minh hệ thức liên quan đến tam giác vuông**

**Dạng 3. Chứng minh hệ thức độ dài liên quan đến định lý Talet và tam giác đồng dạng**

**Ví dụ 4.** Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn (O). M là một điểm bất kỳ thuộc cung nhỏ AC.

Tia AM cắt BC tại N. Chứng minh rằng:  $AB^2 = AM \cdot AN$

**Ví dụ 5.** Cho hình vuông ABCD nội tiếp đường tròn (O;R). Gọi P là một điểm trên cung nhỏ CD .

Chứng minh rằng:  $PA + PC = \sqrt{2} \cdot PB$

**Ví dụ 6.** Cho đường tròn tâm O, bán kính R. Từ một điểm M ở ngoài đường tròn, kẻ hai tiếp tuyến MA và MB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm). Qua A, kẻ đường thẳng song song với MO cắt đường tròn tại E (E khác A đường thẳng ME cắt đường tròn tại F (F khác E), đường thẳng AF cắt MO tại N, H là giao điểm của MO và AB.

a. Chứng minh:  $MN^2 = NF \cdot NA$  và  $MN = NH$ .

b. Chứng minh:  $\frac{HB^2}{HF^2} - \frac{EF}{MF} = 1$ .

**Dạng 4. Bài toán tổng hợp**

**Ví dụ 7.** Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn. Các đường cao AK, BE và CF cắt nhau tại H. Gọi I là trung điểm của đoạn AH, N là trung điểm của đoạn BC

a) Chứng minh bốn điểm A, E, H, F nằm trên cùng một đường tròn

b) Chứng minh NE là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AH

c) Chứng minh  $CI^2 - IE^2 = CK \cdot CB$

**Ví dụ 8.** Từ một điểm S ở ngoài đường tròn (O), kẻ hai tiếp tuyến SB, SC (B, C là các tiếp điểm) và một cát tuyến cắt (O) tại D và E (D nằm giữa S và E). Qua B kẻ đường thẳng song song với DE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là A. BC và AC cắt DE lần lượt tại F và I.

a) Chứng minh  $\angle SIC = \angle SBC$

b) Chứng minh 5 điểm S, B, O, I, C cùng nằm trên một đường tròn

c) Chứng minh  $FI.FS = FD.FE$

**Ví dụ 9.** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và  $AB < AC$ . Vẽ các đường cao AD, BE, CF của tam giác đó.

Gọi H là giao điểm của các đường cao vừa vẽ

a) Chứng minh rằng các tứ giác AEHF và BFEC nội tiếp

b) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AH, BC. Chứng minh rằng  $FM.FC = FN.FA$

**Ví dụ 10.** Từ điểm M nằm ngoài đường tròn  $(O; R)$ , kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A và B là hai tiếp điểm)

a) Chứng minh tứ giác MAOB nội tiếp

b) Vẽ tia Mx nằm giữa hai tia MA và MO. Tia Mx cắt đường tròn  $(O; R)$  tại điểm C và điểm D (điểm C nằm giữa hai điểm M và D). Chứng minh hai tam giác MAC và MDA đồng dạng, rồi từ đó suy ra

$$\frac{MC}{MD} = \left( \frac{AC}{AD} \right)^2$$

**Ví dụ 11.** Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn  $(O)$ , điểm D thuộc cung nhỏ  $\widehat{AB}$  (D khác A và B).

Các tiếp tuyến với đường tròn  $(O)$  tại B và C cắt AD theo thứ tự tại E và G. Gọi I là giao điểm của CE và BG

a) Chứng minh rằng  $\triangle EBC \sim \triangle BCG$

b) Tính số đo góc BIC. Từ đó, hãy chứng minh tứ giác BIDE nội tiếp

c) Gọi K là giao điểm của DI và BC. Chứng minh rằng  $BK^2 = KI.KD$

**Ví dụ 12.** Cho đường tròn  $(O)$  và dây cung BC không đi qua tâm O. Hai tiếp tuyến với đường tròn  $(O)$

tại B và C cắt nhau tại A. Lấy điểm M trên cung nhỏ BC (M khác B và C), gọi I, H, K theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ M đến BC, AB, AC

a) Chứng minh các tứ giác MIBH, MICK nội tiếp

b) Chứng minh  $MI^2 = MH.MK$

c) Từ điểm P nằm ngoài đường tròn  $(O)$  kẻ hai tiếp tuyến PQ, PR tới đường tròn với Q, R là các tiếp điểm. Đường thẳng qua P cắt đường tròn  $(O)$  tại hai điểm E, F (E nằm giữa P và F, dây cung EF không đi qua tâm O). Gọi I là trung điểm của EF, K là giao điểm của PF và QR. Chứng minh rằng

$$\frac{2}{PK} = \frac{1}{PE} + \frac{1}{PF}$$

**BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9**

**TỔNG ÔN: TOÁN NĂNG SUẤT**

Tài liệu lớp học zoom – 18h – 21h15 – Tối chủ nhật – 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: ..... Ngày học: .....

Chúng ta có thể hiểu năng suất lao động là khối lượng công việc làm trong một thời gian, thể tích nước chảy vào bể trong một thời gian.

Khi giải các dạng bài liên quan đến công việc, bể nước ta coi công việc, thể tích bể nước là 1 đơn vị.

**Công thức sử dụng:**

$$N = \frac{1}{t}; N = \frac{m}{t}$$

Trong đó:

$N$ : Năng suất làm việc:  $\frac{1}{t}; \frac{m}{t}$

$t$ : Thời gian làm việc: giờ, phút, ngày, tuần, ...

$m$ : Khối lượng công việc: 1 công việc, 1 bể nước, số lượng sản phẩm, ...

**I. CÁC DẠNG BÀI VÀ VÍ DỤ MINH HỌA**

**Dạng 1. Bài toán vòi nước chảy vào bể, bài toán công việc.**

**Ví dụ 1.** Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn trong một giờ được  $\frac{3}{10}$  bể. Nếu vòi thứ nhất chảy

trong 3 giờ, vòi thứ hai chảy trong 2 giờ thì cả hai vòi chảy được  $\frac{4}{5}$  bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

**Ví dụ 2.** Hai đội công nhân cùng làm chung trong 4 giờ thì hoàn thành được  $\frac{2}{3}$  công việc. Nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc đội thứ hai ít hơn đội thứ nhất là 5 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc của mỗi đội là bao nhiêu?

(Trích đề thi vào 10 Toán tỉnh Bình Định 2019 -2020)

**Dạng 2. Bài toán công việc số lượng cụ thể.**

**Ví dụ 3.** Một tổ công nhân theo kế hoạch phải làm 140 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nhưng khi thực hiện năng suất của tổ đã vượt năng suất dự định là 4 sản phẩm mỗi ngày. Do đó tổ đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 4 ngày. Hỏi thực tế mỗi ngày tổ đã làm được bao nhiêu sản phẩm?

(Trích đề thi Toán vào 10 tỉnh Bình Dương 2019 – 2020)

**Ví dụ 4.** Theo kế hoạch, một xưởng may phải may xong 360 bộ quần áo trong một thời gian quy định. Đến khi thực hiện, mỗi ngày xưởng đã may nhiều hơn 4 bộ quần áo so với số bộ quần áo phải may trong

một ngày theo kế hoạch. Vì thế xưởng đã hoàn thành kế hoạch trước 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày xưởng phải may bao nhiêu bộ quần áo?

*(Trích đề thi Toán vào 10 tỉnh Hải Dương 2019 – 2020)*

## II. BÀI TẬP VẬN DỤNG

**Bài 1.** Hai vòi nước cùng chảy vào một bồn không có nước. Nếu vòi 1 chảy trong 3 giờ rồi dừng lại, sau đó vòi 2 chảy tiếp trong 8 giờ nữa thì đầy bồn. Nếu cho vòi 1 chảy vào bồn không có nước trong 1 giờ, rồi cho cả 2 vòi chảy tiếp trong 4 giờ nữa thì số nước chảy vào bằng  $\frac{8}{9}$  bồn. Hỏi nếu chảy một mình thì mỗi vòi sẽ chảy trong bao lâu thì đầy bồn?

**Bài 2.** Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước và chảy đầy bể mất 1 giờ 48 phút. Nếu chảy riêng, vòi thứ nhất chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai 1 giờ 30 phút. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi sẽ chảy đầy bể trong bao lâu?

**Bài 3.** Hai người làm chung một công việc trong 12 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 4 giờ, người thứ hai làm trong 6 giờ thì được 40% công việc. Hỏi người thứ hai làm một mình trong bao lâu thì sẽ hoàn thành công việc?

**Bài 4.** Một đội xe vận tải phải vận chuyển 32 tấn hàng đến một địa điểm quy định. Vì trong đội có 2 xe chở 2 tấn đến một địa điểm khác nên mỗi xe phải chở thêm 1 tấn hàng nữa. Hỏi theo dự định mỗi xe phải chở bao nhiêu tấn hàng?

**Bài 5.** Hai xí nghiệp theo kế hoạch phải làm tổng cộng 360 dụng cụ. Thực tế, xí nghiệp I vượt mức kế hoạch 10%, xí nghiệp II vượt mức kế hoạch 15%, do đó cả hai xí nghiệp đã làm được 404 dụng cụ. Tìm số dụng cụ mỗi xí nghiệp làm theo kế hoạch.

**Bài 6.** Nông trường cao su Minh Hưng phải khai thác 260 tấn mủ trong một thời gian nhất định. Trên thực tế, mỗi ngày nông trường đều khai thác vượt định mức 3 tấn. Do đó, nông trường đã khai thác được 261 tấn và xong trước thời hạn 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày nông trường đã khai thác được bao nhiêu tấn mủ cao su?

*(Trích đề thi Toán vào 10 tỉnh Bình Phước 2019 - 2020)*

**Bài 7.** Hai đội công nhân cùng làm một công việc thì xong trong 4 giờ. Nếu mỗi đội làm riêng xong được công việc ấy, thì đội thứ hai cần nhiều hơn đội thứ nhất là 6 giờ. Hỏi mỗi đội làm riêng xong công việc ấy trong bao lâu?

*(Trích đề thi Toán vào 10 tỉnh Cà Mau 2019 – 2020)*

**Bài 8.** Hai đội công nhân cùng làm chung một công việc thì sau 15 ngày làm xong. Nếu đội thứ nhất làm riêng trong 3 ngày rồi dừng và đội thứ hai làm tiếp công việc đó trong 5 ngày thì cả hai đội hoàn thành được 25% công việc. Hỏi nếu mỗi đội làm riêng thì trong bao nhiêu ngày mới xong công việc trên?