BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ - ĐỀ SỐ 1
Tài liệu lớp học zoom – 18h – 21h15 – Tối chủ nhật – 23/26 Nguyên Hồng

Họ và tên: .....**Ngày học:** .....

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Không sử dụng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình $\begin{cases} x+3y=1 \\ 2x-y=9 \end{cases}$

Ta có : $\begin{cases} x+3y=1 \\ 2x-y=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3y=1 \\ 6x-3y=27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x=28 \\ y=2x-9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(4;-1)$

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình : $x^2-4x-7=0$

Tính giá trị của biểu thức $T=\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}-2$

Phương trình có $ac=-7<0$ nên luôn có 2 nghiệm phân biệt

Áp dụng hệ thức Vi-et ta có : $\begin{cases} x_1+x_2=4 \\ x_1x_2=-7 \end{cases}$. Khi đó ta có :

$$T=\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}-2=\frac{x_1^2+x_2^2}{x_1x_2}-2=\frac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}{x_1x_2}-2$$

$$=\frac{4^2-2.(-7)}{-7}-2=\frac{-44}{7}$$

Vậy $T=-\frac{44}{7}$

Câu 2. (2,0 điểm)

a) Xác định a để parabol $(P): y=(2a+1)x^2$ đi qua điểm $M(2;-1)$

Parabol $(P): y=(2a+1)x^2$ đi qua điểm $M(2;-1)$ thì thay $x=2, y=-1$ vào $y=(2a+1)x^2$ ta có :

$$-1=(2a+1).4 \Leftrightarrow 2a+1=\frac{-1}{4} \Leftrightarrow a=-\frac{5}{8}$$

b) Cho parabol $(C): y=x^2$ và đường thẳng $(\Delta): y=2mx-4m+5$ (m là tham số). Tìm m để (Δ) cắt (C) tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (Δ) và (C) là :

$$x^2=2mx-4m+5 \Leftrightarrow x^2-2mx+4m-5=0 (*)$$

Để (Δ) cắt (C) tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương thì phương trình (*) có hai nghiệm dương phân biệt :

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m + 5 > 0 \\ 2m > 0 \\ 4m - 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m > \dfrac{5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{5}{4} \left(m^2 - 4m + 5 = (m-2)^2 + 1 > 0 \forall m \right)$$

Vậy $m > \dfrac{5}{4}$

Câu 3. (2,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $P = \dfrac{x}{\sqrt{x}+1} + \sqrt{x}\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}+1} + \dfrac{1}{\sqrt{x}+2} \right) + \dfrac{2}{\sqrt{x}+2} (x \geq 0)$

$$P = \frac{x}{\sqrt{x}+1} + \sqrt{x}\left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) + \frac{2}{\sqrt{x}+2} (x \geq 0)$$

$$= \frac{x\left(\sqrt{x}+2\right) + \sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2+\sqrt{x}+1\right) + 2\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$= \frac{x\sqrt{x}+2x+x+2\sqrt{x}+x+\sqrt{x}+2\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)} = \frac{x\sqrt{x}+4x+5\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$= \frac{x\sqrt{x}+x+3x+3\sqrt{x}+2\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)} = \frac{x\left(\sqrt{x}+1\right)+3\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)+2\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$= \frac{\left(x+3\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}{x+3\sqrt{x}+2} = \sqrt{x}+1$$

b) Một tam giác vuông có độ dài hai cạnh góc vuông hơn kém nhau $7cm$, độ dài cạnh huyền bằng $17cm$. Tính độ dài hai cạnh góc vuông

Gọi độ dài cạnh thứ nhất của tam giác vuông là $x(cm)(x>0)$

Khi đó độ dài cạnh thứ hai của tam giác vuông $x+7(cm)$

Áp dụng định lý Pytago ta có phương trình :

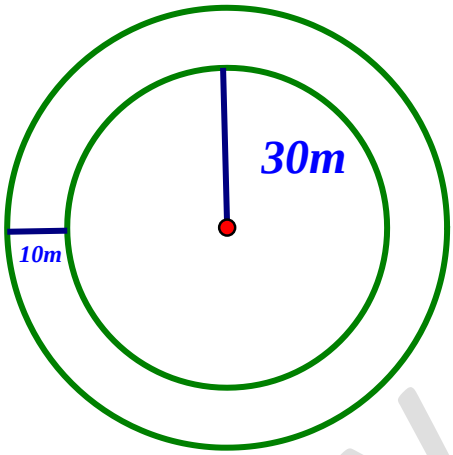
$$x^2 + (x+7)^2 = 17^2 \Leftrightarrow x^2 + 7x - 120 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 8(tm) \\ x = -15(ktm) \end{array} \right.$$

Vậy độ dài cạnh thứ nhất của tam giác vuông là $8cm$, độ dài cạnh thứ hai là $15cm$

Câu 4.(2,0 điểm)

a) Theo dự án công trình nông thôn mới, đoạn đường Nguyễn Viết Xuân cần được đầu tư để là $500m$ cống thoát nước có dạng hình trụ. Nhà nước hỗ trợ 80% tổng kinh phí, phần còn lại là đóng góp của người dân sinh sống trên đoạn đường đó. Biết mỗi chiếc cống có chiều dài $1m$, bán kính trong bằng

30*cm*, độ dày bằng 10cm (*như hình dưới*). Biết giá thành để hoàn thiện $1m^3$ bê tông là 900.000 đồng, tính số tiền người dân phải trả thêm để làm cống ở đoạn đường trên (làm tròn đến hàng triệu đồng)?



Thể tích phần bê tông để làm 1 chiếc cống :

$V=\pi.0,4^2.1-\pi.0,3^2.1=0,07\pi\left(m^3\right)$

Giá thành để hoàn thiện 1 chiếc cống : $0,07\pi.900000\approx197920$ (đồng)

Để làm $500m$ cống thoát nước , mỗi chiếc cống có chiều dài $1m$ thì cần 500 chiếc cống

Nên giá thành để hoàn thiện đoạn đường : 197 920.500=98 960 000 (đồng)

Số tiền người dân phải trả thêm là : $98960000.20\%=19.792.000\approx20$(triệu đồng)

b) Giải phương trình $\sqrt[3]{4x-12}+\sqrt{6-x}-3=0$

ĐKXĐ: $6-x\ge0\Leftrightarrow x\le6$

Đặt $\begin{cases}u=\sqrt[3]{4x-12}\\v=\sqrt{6-x}\ge0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}u^3=4x-12\\v^2=6-x\end{cases}\Rightarrow u^3+4v=12$. Ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases}u+v-3=0\\u^3+4v^2=12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}v=3-u\\u^3+4\left(3-u\right)^2=12(*)\end{cases}$$

$$(*)\Leftrightarrow u^3+4u^2-24u+24=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}u=2\\u^2+6u-12=0\end{array}\right.$$

$+)u=2\Rightarrow v=1\Rightarrow\sqrt{6-x}=1\Leftrightarrow x=5(tm)$

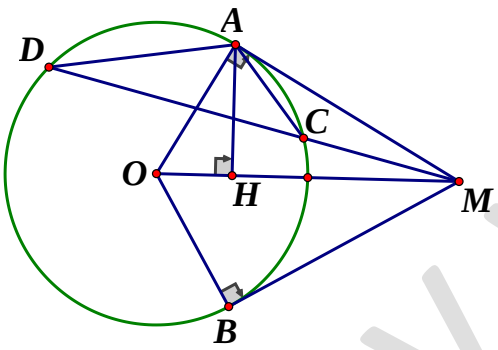
$$+)u^2+6u-12=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}u=-3+\sqrt{21}\Rightarrow v=6-\sqrt{21}(tm)\\u=-3-\sqrt{21}\Rightarrow v=6+\sqrt{21}(tm)\end{array}\right.$$

$$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{6-x}=6-\sqrt{21}\\\sqrt{6-x}=6+\sqrt{21}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-51+12\sqrt{21}\\x=-51-12\sqrt{21}\end{array}\right.(tm)$$

Vay $S=\left\{5;-51\pm12\sqrt{21}\right\}$

Câu 5. (2,0 điểm)

Cho đường tròn $(O;R)$, lấy điểm M nằm bên ngoài đường tròn sao cho $OM=2R.$ Qua M vẽ hai tiếp tuyến MA, MB (A, B là hai tiếp điểm) và cát tuyến không đi qua tâm O cắt đường tròn tại C và D (C nằm giữa M và D)



a) Chứng minh tứ giác $MAOB$ nội tiếp một đường tròn

MA là tiếp tuyến của đường tròn (O) $\Rightarrow \angle OAM=90°$ (tính chất tiếp tuyến của đtron)

MB là tiếp tuyến của đường tròn (O) $\Rightarrow \angle OBM=90°$ (tính chất tiếp tuyến)

Tứ giác $MAOB$ có $\angle OAM+\angle OBM=90°+90°=180°$ mà hai góc đối nhau

$\Rightarrow MAOB$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh $\Delta DAM \sim \Delta ACM$

Xét (O) có :

$\angle ADC=\angle MAC$ (góc nội tiếp và tiếp tuyến dây cung cùng chắn cung AC)

$\Rightarrow \angle ADM=\angle MAC$

Xét ΔDAM và ΔACM có :

$\angle AMD$ chung, $\angle ADM=\angle MAC(cmt) \Rightarrow \Delta DMA \sim \Delta ACM(g.g)$

c) Kẻ $AH \perp OM$, chứng minh $AH=\frac{1}{2}\sqrt{DM.CM}$

$\Delta DMA \sim \Delta ACM(cmt) \Rightarrow \frac{MA}{MD}=\frac{MC}{MA} \Rightarrow MA^2=MC.MD(1)$

ΔOAM vuông tại A, theo định lý Pytago , ta có :

$OM^2=OA^2+AM^2 \Leftrightarrow AM^2=OM^2-AO^2=3R^2$

ΔOAM vuông tại A, đường cao AH, ta có :

$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{AM^2} \Rightarrow \frac{1}{AH^2}=\frac{1}{R^2}+\frac{1}{3R^2}=\frac{4}{3R^2}$

$\Leftrightarrow AH^2=\frac{3R^2}{4}=\frac{AM^2}{4} \Rightarrow AM^2=4AH^2(2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow 4AH^2=MC.MD \Rightarrow AH=\frac{1}{2}\sqrt{DM.CM}\,(dfcm)$