

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9
CHỨNG MINH TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG VÀ HỆ THỨC HÌNH HỌC (tiếp)
CÁC BÀI TOÁN CHỨNG MINH KHÁC

Họ và tên:Ngày học:

CHỨNG MINH TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG VÀ HỆ THỨC HÌNH HỌC (tiếp)

Ví dụ 9. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và $AB < AC$. Vẽ các đường cao AD, BE, CF của tam giác đó.

Gọi H là giao điểm của các đường cao vừa vẽ

- Chứng minh rằng các tứ giác AEHF và BFEC nội tiếp
- Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AH, BC. Chứng minh rằng $FM \cdot FC = FN \cdot FA$

Ví dụ 10. Từ điểm M nằm ngoài đường tròn $(O; R)$, kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A và B là hai tiếp điểm)

- Chứng minh tứ giác MAOB nội tiếp
- Vẽ tia Mx nằm giữa hai tia MA và MO. Tia Mx cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm C và điểm D (điểm C nằm giữa hai điểm M và D). Chứng minh hai tam giác MAC và MDA đồng dạng, rồi từ đó suy ra

$$\frac{MC}{MD} = \left(\frac{AC}{AD} \right)^2$$

Ví dụ 11. Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O) , điểm D thuộc cung nhỏ \widehat{AB} (D khác A và B). Các tiếp tuyến với đường tròn (O) tại B và C cắt AD theo thứ tự tại E và G. Gọi I là giao điểm của CE và BG

- Chứng minh rằng $\triangle EBC \sim \triangle BCG$
- Tính số đo góc BIC. Từ đó, hãy chứng minh tứ giác BIDE nội tiếp
- Gọi K là giao điểm của DI và BC. Chứng minh rằng $BK^2 = KI \cdot KD$

Ví dụ 12. Cho đường tròn (O) và dây cung BC không đi qua tâm O. Hai tiếp tuyến với đường tròn (O) tại B và C cắt nhau tại A. Lấy điểm M trên cung nhỏ BC (M khác B và C), gọi I, H, K theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ M đến BC, AB, AC

- Chứng minh các tứ giác MIBH, MICK nội tiếp
- Chứng minh $MI^2 = MH \cdot MK$
- Từ điểm P nằm ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến PQ, PR tới đường tròn với Q, R là các tiếp điểm. Đường thẳng qua P cắt đường tròn (O) tại hai điểm E, F (E nằm giữa P và F, dây cung EF không đi qua tâm O). Gọi I là trung điểm của EF, K là giao điểm của PF và QR. Chứng minh rằng

$$\frac{2}{PK} = \frac{1}{PE} + \frac{1}{PF}$$

CÁC BÀI TOÁN CHỨNG MINH KHÁC

- Chứng minh đoạn thẳng bằng nhau.
- Chứng minh góc bằng nhau.
- Chứng minh tia phân giác.
- Chứng minh tam giác cân, đều.
- ...

Dạng 1. Chứng minh đoạn thẳng bằng nhau

Câu 1. Cho đường tròn (O) đường kính AB , dây CD không cắt đường kính AB . Gọi H và K theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ A và B đến CD . Chứng minh rằng $CH = DK$.

Câu 2. Trong hình vuông $ABCD$ và nửa đường tròn đường kính AD vẽ cung AC mà tâm là D . Nối D với điểm P bất kỳ trên cung AC , DP cắt nửa đường tròn đường kính AD ở K . Chứng minh PK bằng khoảng cách từ P đến AB .

Dạng 2. Chứng minh góc bằng nhau

Câu 3. Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B . Vẽ đường kính AC và AD của (O) và (O') . Tia CA cắt đường tròn (O') tại F , tia DA cắt đường tròn (O) tại E . Chứng minh $\widehat{EFC} = \widehat{ADB}$.

Câu 4. Cho nửa đường tròn (O) , đường kính AB , C là điểm chính giữa của cung AB . M là điểm trên cung nhỏ BC . Hạ $CI \perp AM$ ($I \in AM$). Chứng minh $\widehat{MOI} = \widehat{MBC}$.

Dạng 3. Chứng minh tia phân giác, tam giác cân, đều...

Câu 5. Cho $\triangle ABC$ đều, nội tiếp trong đường tròn $(O; R)$. Gọi AI là một đường kính cố định và D là điểm di động trên cung nhỏ AC ($D \neq A$ và $D \neq C$).

a) Chứng minh AI là tia phân giác của \widehat{BAC} .

b) Trên tia DB lấy điểm E sao cho $DE = DC$. Chứng minh rằng $\triangle CDE$ đều và $DI \perp CE$.

Giáo viên: Trần Tuấn Việt

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TOÁN 9

TỔNG ÔN: TƯƠNG GIAO

Tài liệu lớp học zoom - 18h - 21h15 - Tối chủ nhật - 23/26 Nguyễn Hồng

Họ và tên: Ngày học:

I. CÁC DẠNG BÀI VÀ VÍ DỤ MINH HỌA.

Dạng 1. Xác định số giao điểm của đường thẳng (d): $y = mx + n$ (1) và parabol

(P): $y = ax^2$ ($a \neq 0$) (2), tìm tọa độ giao điểm.

Phương pháp:

Xét phương trình hoành độ giao điểm $ax^2 = mx + n \Leftrightarrow ax^2 - mx - n = 0$. (*)

- Nếu: $\Delta > 0$ thì (*) có hai nghiệm hay (d) cắt (P) tại hai điểm A, B. Giải phương trình (*) có x_A, x_B , thay vào (1) hoặc (2) có y_A, y_B .
- Nếu: $\Delta = 0$ thì (*) có nghiệm kép hay (d) tiếp xúc (P) tại điểm M. Giải phương trình (*) có x_M , thay vào (1) hoặc (2) có y_M .
- Nếu: $\Delta < 0$ thì (*) vô nghiệm hay (d) không cắt (P).

Ví dụ 1: Cho parabol (P): $y = \frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng (d): $y = \frac{5}{4}x - 1$.

Tìm số giao điểm của (P) và (d) và tọa độ giao điểm.

Ví dụ 2: Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2(m+3)x - m^2 + 3$.

Tìm m để (d) tiếp xúc (P), khi đó tìm tọa độ tiếp điểm.

Dạng 2. Tìm tham số để đường thẳng (d): $y = mx + n$ và parabol (P): $y = ax^2$ ($a \neq 0$) cắt nhau tại hai điểm phân biệt A; B thỏa mãn biểu thức đối xứng đối với $x_A; x_B$.

Phương pháp: Xét phương trình hoành độ giao điểm $ax^2 - mx - n = 0$. (*)

- **Bước 1:** (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt khi (*) có 2 nghiệm phân biệt hay $\Delta > 0$.
- **Bước 2:** Biến đổi biểu thức đối xứng đối với $x_A; x_B$ để biểu thức đó có chứa $x_A + x_B$ và $x_A \cdot x_B$, sau đó áp dụng định lý Vi-ét và giải ra tham số.

Chú ý:

+ Giải ra tham số phải kết hợp điều kiện trong **Bước 1**.

+ Một số kiến thức áp dụng:

• Hai điểm A, B nằm cùng một phía với trục Oy khi $x_A; x_B$ cùng dấu: $x_A \cdot x_B > 0$.

+ Hai điểm A, B nằm bên trái trục Oy khi $x_A; x_B$ cùng âm: $x_A \cdot x_B > 0; x_A + x_B < 0$.

+ Hai điểm A, B nằm bên phải trục Oy khi x_A, x_B cùng dương: $x_A \cdot x_B > 0; x_A + x_B > 0$.

• Hai điểm A, B nằm khác phía với trục Oy khi x_A, x_B trái dấu: $x_A \cdot x_B < 0$.

Ví dụ 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho

Parabol $(P): y = \frac{x^2}{2}$ và đường thẳng $(d): y = -mx + 3 - m$ (m là tham số).

Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B . Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ của hai điểm A, B . Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = 2x_1x_2 + 20$.

(Trích đề tỉnh Hà Nam 2019-2020).

Ví dụ 4: Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2(m-1)x - 2m + 5$. Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2$ nhỏ nhất.

Ví dụ 5: Cho parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $(d): y = mx - 1$.

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A, B thuộc hai phía của Oy .

b) Chứng minh $|x_A - x_B| \geq 2$.

c) Giải sử $x_A < x_B$, tìm m để $|x_A| > |x_B|$.

Ví dụ 6: Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = mx - m - 2$. Tìm m để (d) và (P) cắt nhau tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $M = |x_1| + |x_2| = 5$.

Ví dụ 7. Cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = mx - \frac{1}{2}m^2 + m + 1$. Tìm các giá trị của m để

(d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $|x_1 - x_2| = 2$.

Ví dụ 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y = 3x + m^2 - 1$ và parabol

$(P): y = x^2$. Gọi x_1, x_2 là hoành độ giao điểm của (d) và (P) .

Tìm m để $(x_1 + 1)(x_2 + 1) = 1$.

(Trích đề thi Hà Nội 2016-2017).

Ví dụ 9. Cho phương trình $x^2 + kx + 2 = 0$ (k là tham số)

a) Tìm k để phương trình có nghiệm kép, tìm nghiệm kép đó

b) Tìm k để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2 > 23$

Ví dụ 10. Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2(m-1)x + m^2 + 2m$ (m là tham số)

a) Tìm m để đường thẳng d đi qua điểm $I(1; 3)$

b) Chứng minh rằng parabol (P) luôn cắt đường thẳng d tại hai điểm phân biệt A, B. Gọi x_1, x_2 là hoành độ hai điểm A, B tìm m sao cho $x_1^2 + x_2^2 + 6x_1x_2 > 2016$

Ví dụ 11. Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 2m = 0$ (m là tham số)

1) Giải phương trình với $m = 1$.

2) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{2}$.

Ví dụ 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2x + m^2$

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt

b) Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 1)(x_2 + 1) = -3$

Ví dụ 13. Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 4 = 0$ (m là tham số). Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1(x_1 - 3) + x_2(x_2 - 3) = 6$

Ví dụ 14. Cho phương trình $x^2 - (m+2)x + 2m = 0$ (x là ẩn số, m là tham số)

a) Giải phương trình (1) khi $m = 1$

b) Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 \leq 3$

Ví dụ 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y = 2x - m + 3$ (m là tham số) và parabol (P): $y = x^2$. Tìm các số nguyên m để (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2(x_2 + 2) + x_2^2(x_1 + 2) \leq 10$

Ví dụ 16. Cho phương trình bậc hai với tham số m: $x^2 - 2(m+1)x + 2m - 3 = 0$ (1)

1) Giải phương trình (1) khi $m = 0$

2) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m. Tìm tất cả các giá trị của m thỏa mãn $x_1 + x_2 - 2x_1x_2 = 1$

Ví dụ 17. Cho parabol (P): $y = 2x^2$ và đường thẳng (d): $y = -2mx - m^2 + 2$.

Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ giao điểm x_1, x_2 thỏa mãn

$A = |2x_1x_2 + x_1 + x_2 - 4|$ đạt giá trị lớn nhất.

Ví dụ 18. Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = (2m+5)x - 2m - 1$, m là tham số.

a) Tìm m để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt nằm ở bên phải trục tung.

b) Tìm các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành

độ x_1, x_2 sao cho biểu thức $P = |\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Ví dụ 19. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = \frac{x^2}{2}$ và đường thẳng $(d): y = -mx + 3 - m$.

- a) Tìm tọa độ điểm M thuộc parabol (P) biết điểm M có hoành độ bằng 4.
- b) Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B . Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ của hai điểm A, B . Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = 2x_1x_2 + 20$.

(Trích đề tuyển sinh Hà Nam 2019-2020).

Ví dụ 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y = 2mx - m^2 + 1$ và parabol $(P): y = x^2$.

- a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.
- b) Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{-2}{x_1x_2} + 1.$$

(Trích đề tuyển sinh Hà Nội 2019-2020).