

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 6 SỐ NGUYÊN TỐ

Tài liệu lớp học Zoom 6 HSG - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 2

Họ và tên:Ngày học:

Trải nghiệm đề thi HSG lớp 9- Chuyên Lam Sơn- Thanh Hóa (27-11-2022)

Hai số nguyên dương a, b được gọi là "cân bằng" nếu hai số này có cùng tập ước nguyên tố (ví dụ hai số 10 và 20 là cân bằng vì cùng có tập ước nguyên tố là $\{2; 5\}$). Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho n và $n+6$ là hai số "cân bằng" và n chia hết cho 4.

SỐ NGUYÊN TỐ

A. Lí thuyết

+ Số nguyên tố là số tự nhiên lớn hơn 1 và chỉ có 2 ước số (là 1 và chính nó)

+ Hợp số là số tự nhiên lớn hơn 1 có nhiều hơn 2 ước số.

+ Nếu $a^m : p \Rightarrow a : p$ (với p là số nguyên tố)

+ Nếu $a.b : p \Leftrightarrow \begin{cases} a : p \\ b : p \end{cases}$ (với p là số nguyên tố)

+ Mọi số tự nhiên n luôn phân tích được dưới dạng tích của các số nguyên tố

$n = p_1^{\alpha_1} \dots p_k^{\alpha_k}$ và dạng phân tích là duy nhất.

Dạng 1. Tìm số nguyên tố

Câu 1. Tìm 3 số nguyên tố sao cho tích của chúng gấp 5 lần tổng của chúng

Câu 2. Tìm 4 số nguyên tố liên tiếp sao cho tổng của chúng cũng là một số nguyên tố.

Câu 3. Tìm các số nguyên tố x, y thỏa mãn: $7x^2 - 3y^2 = 1$

Câu 4. Tìm tất cả các số nguyên tố x, y :

a) $3x^2 + 1 = 19y^2$

b) $5x^2 - 11y^2 = 1$

Câu 5. Tìm 3 số nguyên tố là các số lẻ liên tiếp.

Câu 6. Tìm số nguyên tố p sao cho $p+2, p+10$ là các số nguyên tố.

Câu 7. Tìm số nguyên tố p sao cho $p+10, p+20$ là các số nguyên tố.

Câu 8. Tìm các số nguyên tố p sao cho: $p+6, p+8, p+12, p+14$ là các số nguyên tố.

Câu 9. Tìm các số nguyên tố p sao cho $p+2, p+6, p+8, p+14$ là các số nguyên tố.

Câu 10. Tìm số nguyên tố biết chúng là tổng của hai số nguyên tố đồng thời cũng là hiệu của hai số nguyên tố.

Câu 11.

- a) Tìm số nguyên tố p sao cho $p^2 + 14$ là số nguyên tố
b) Tìm số tự nhiên n sao cho $n - 10, n + 10, n + 60$ đều là số nguyên tố

Câu 12. Tìm các số nguyên tố p và q sao cho $7p + q$ và $p \cdot q + 11$ là các số nguyên tố

Câu 13. Tìm số tự nhiên n lớn hơn 0 sao cho $n^3 - n^2 + n - 1$ là số nguyên tố

Câu 14. Tìm 3 số nguyên tố liên tiếp p, q, r sao cho $p^2 + q^2 + r^2$ cũng là một số nguyên tố.

Dạng 2. Bài toán chứng minh

Câu 15. Chứng minh tập hợp số nguyên tố là vô hạn

Câu 16. Cho ba số a, b, c đôi một nguyên tố cùng nhau. Chứng minh rằng: $\text{UCLN}(ab + bc + ca, abc) = 1$

Câu 17. Chứng minh rằng nếu p là số nguyên tố lớn hơn 3 thì $(p-1)(p+1) : 24$.

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 6
DÃY SỐ TỰ NHIÊN THEO QUY LUẬT
Tài liệu lớp học Zoom 6 HSG - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 2

Họ và tên:Ngày học:

1. Quy luật dãy số

Câu 1: Nêu quy luật và lập số hạng tổng quát của dãy số sau: 0; 7; 26; 63; 124; 215; ... Số thứ 100 của dãy là số nào?

Câu 2: Nêu quy luật và lập số hạng tổng quát của dãy số sau: 1; 6; 15; 28; 45; 66; 91; ... Tìm số hạng thứ 200 của dãy số.

Câu 3: Dãy số 0; 2; 6; 12; 20; 30; ...; 9900 có bao nhiêu số?

Câu 4: Có bao nhiêu số tự nhiên có tận cùng là 5, chia hết cho 3 và nhỏ hơn 10000?

2. Dạng 2: Tính tổng.

Câu 5: a) Tính tổng $S = 1 + q + q^2 + q^3 + \dots + q^n$ với $q \in \mathbb{N}^*, q \neq 1$.

b) Chứng minh đẳng thức sau: $a^{n+1} - 1 = (a - 1)(a^n + a^{n-1} + \dots + a + 1)$ với $a \in \mathbb{N}^*$.

Câu 6: Tính tổng $S = 2 + 2^3 + 2^5 + \dots + 2^{2n+1}$.

Câu 7: Tính tổng $S = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + n(n+1)$.

Câu 8: Tính tổng $S = 1.2.3 + 2.3.4 + \dots + n(n+1)(n+2)$.

Câu 9: Tính tổng $H = 1 \times 4 + 2 \times 5 + \dots + n(n+3)$

Câu 10. Chứng minh rằng $N = 1 + 2.6 + 3 \times 6^2 + \dots + 100.6^{99} < 20 \times 6^{100}$

Câu 11. Tính tổng: $S_n = 1 + 2p + 3p^2 + \dots + (n+1)p^n$, ($p \neq 1$)

Câu 12. Tính $K = 1 \times 2 \times 5 + 2 \times 3 \times 6 + \dots + n(n+1)(n+4)$

Câu 13: Tính tổng $S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$.

Câu 14: Tính tổng $S = 2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + (2n)^2$.

Câu 15: Tính tổng $S = 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n+1)^2$.

Câu 16: Tính tổng $S = 1.1! + 2.2! + 3.3! + \dots + (n-1).(n-1)!$

Với quy ước $n! = 1.2.3 \dots n$ và $0! = 1$