

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 6
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Tài liệu lớp học Zoom 6 HSG - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 2

Họ và tên:Ngày học:

Ca 1:

Câu 17. Tìm số nguyên tố p sao cho $2p+1$ và $5p+2$ cũng là số nguyên tố.

HD:

Do $2p+1$ và $5p+2$ cũng là số nguyên tố nên p là số lẻ

- Nếu $p = 3$: $2p+1 = 7 \in P$ và $5p+2 = 17 \in P$

- Nếu $p > 3$: p không chia hết cho 3. Do đó p chia 3 dư 1 hoặc 2. Khi đó $2p+1$ hoặc $5p+2$ sẽ chia hết cho 3 và lớn hơn 3 nên chúng không phải số nguyên tố.

Câu 19. Thái Thụy – Thái Bình - 2020

Tìm các số nguyên tố x, y, z : $x^y + 1 = z$

HD:

• Nếu $x = 2$ thì $2^y + 1 = z$

- Nếu $y = 2$ thì $z = 5$

- Nếu y lớn hơn 2 thì y là số lẻ, khi đó $2^y + 1 = z \Rightarrow z:3 \Rightarrow z = 3 \Rightarrow y = 1$, không thỏa mãn.

• Nếu x lớn hơn 2 thì x lẻ, do đó $x^y + 1 = z \Rightarrow z:2 \Rightarrow z = 2 \Rightarrow x^y + 1 = 2$ (vô lý)

Vậy $x = 2, y = 2, z = 5$.

Câu 20. Tìm hai số nguyên tố x và y thỏa mãn $x^2 + 117 = y^2$

HD:

Nếu x là số nguyên tố lẻ thì $x^2 + 117$ chẵn do đó y chẵn, mà $y > 2$ nên y không nguyên tố (loại).

Vậy $x=2$, do đó $2^2 + 117 = y^2 \Rightarrow y = 11$ (thỏa mãn).

Vậy $x=2; y=11$.

Câu 22. Cho $n \in \mathbb{N}^*$. Chứng minh rằng :

a) $3n + 7$ và $4n + 9$ nguyên tố cùng nhau.

b) $n + 3$ và $2n + 5$ nguyên tố cùng nhau.

HD:

a) Gọi $(3n + 7, 4n + 9) = d \Rightarrow \begin{cases} 3n + 7 : d \\ 4n + 9 : d \end{cases} \Rightarrow 4(3n + 7) - 3(4n + 9) : d \Rightarrow 1 : d$

Do đó $3n + 7$ và $4n + 9$ nguyên tố cùng nhau.

$$b) \text{ Gọi } (n + 3, 2n + 5) = d \Rightarrow \begin{cases} n + 3 : d \\ 2n + 5 : d \end{cases} \Rightarrow 2(n + 3) - (2n + 5) : d \Rightarrow 1 : d$$

Do $n + 3$ và $2n + 5$ nguyên tố cùng nhau.

Ca 2:

Câu 4. Tổng (hiệu) sau có chia hết cho 2 ; 3 ; 5 ; 9 hay không?

a) $10^{2021} + 2$

b) $10^{2021} - 1$

HD:

+ $10^{2021} + 2$: Có tổng các chữ số là 3 nên chia hết cho 3, không chia hết cho 9.

$10^{2021} - 1 = \underbrace{99\dots9}_{2021}$ có tổng các chữ số là $9 \cdot 2021$ chia hết cho 9 và 3 nên $10^{2021} - 1 \dots$

+ Xét tận cùng và chẵn lẻ để xem dấu hiệu chia hết cho 5.

Câu 5. Cho $A = 4 + 4^2 + 4^3 + \dots + 4^{23} + 4^{24}$, chứng minh $A : 20$; $A : 21$

HD:

Ghép 2 số một: $A = (4 + 4^2) + \dots = 20 + \dots : 20$

Ghép 3 số 1 sẽ xuất hiện 21: $A = (4 + 4^2 + 4^3) + \dots = 4(1 + 4 + 4^2) + \dots = 4 \cdot 21 + \dots$

Câu 7. Ân Thi – Hưng Yên – 2020

Chứng minh rằng $A = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{102} + 3^{103} : 40$

HD:

$$A = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{102} + 3^{103} : 40$$

$$A = (1 + 3 + 3^2 + 3^3) + 3^4(1 + 3 + 3^2 + 3^3) + 3^8(1 + 3 + 3^2 + 3^3) + \dots + 3^{100}(1 + 3 + 3^2 + 3^3)$$