BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 6
SỐ CHÍNH PHƯƠNG
Tài liệu lớp học Zoom 6 HSG – 18h00 – 21h15 – Tối thứ 2

Họ và tên: ....Ngày học: ....

LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa số chính phương: Số tự nhiên a được gọi là một số chính phương nếu nó bằng bình phương của một số tự nhiên, tức là $a=b^2$ với b là một số tự nhiên.

2. Một số tính chất cần nhớ của số chính phương: Với $a=b^2\left(a,b\in\mathbb{N}\right)$ thì:

2.1) a chỉ có thể có tận cùng là 0; 1; 4; 5; 6; 9.

Hệ quả: Bằng cách viết $a=b^2=\left(10m+n\right)^2=100m^2+20mn+n^2\left(m,n\in\mathbb{N},0\le n\le 9\right)$, ta có:

+ a có tận cùng là 1; 4 và 9 thì chữ số hàng chục là chữ số chẵn.

+ a có tận cùng là 5 thì chữ số hàng chục là 2.

+ a có tận cùng là 6 thì chữ số hàng chục là chữ số lẻ.

2.2) Khi phân tích ra dạng tích các thừa số nguyên tố, a chỉ chứa các số nguyên tố với số mũ chẵn.

Hệ quả:

2.2.1: a chia hết cho p thì chia hết cho p^2. Ngược lại, a chia hết cho p^2 thì chia hết cho p.

2.2.2: Nếu a^2 chia hết cho p thì a chia hết cho p.

2.2.3: Nếu có $a=mn$ thì các số m,n có dạng $m=kq^2$ và $n=kp^2$, với $m,n,k,p,q\in\mathbb{Z}$.

$\Rightarrow$ Nếu $\left(m,n\right)=1$ thì chính m,n cũng là các số chính phương.

$\Rightarrow$ Nếu a là tích của hai số tự nhiên liên tiếp thì hai số đó phải là 0 và 1.

2.2.4: Số các ước của một số chính phương là một số lẻ. Ngược lại, nếu một số có các ước là một số lẻ thì số đó là số chính phương.

2.3) Sự chia có dư của số a:

+ a chia 3 hoặc 4 dư 0 hoặc 1.

+ a chia 5 hoặc 8 chỉ dư 0; 1; 4.

2.4) Nếu có $n^2<k<\left(n+1\right)^2$ thì k không thể là một số chính phương.

Chứng minh 1 số không phải số chính phương

Câu 1: Một số tự nhiên có tổng các chữ số là 2018 thì có thể là số chính phương hay không?

Câu 2.

a) Một số tự nhiên có tổng các chữ số bằng 2022 thì có thể là số chính phương được không? tại sao?

b) Số 1234567890 có phải là số chính phương hay không?

c) Tổng các số tự nhiên từ 1 đến 2021 có là số chính phương hay không?

Câu 3. Giả sử $N=1.3.5.....2019.2021$.

Chứng minh $2N-1, 2N, 2N+1, 2N+2$ đều không là các số chính phương.

Câu 4. Cho $A=1+2+2^2+2^3+\ldots+2^{33}$, hỏi A có là số chính phương được không? Vì sao?

Câu 5(VN). Cho $S=2+2^2+2^3+\ldots+2^{98}$, chứng tỏ S không là số chính phương.

Câu 6. Chứng minh các số sau không là số chính phương.

a) $A=31^{31}+62^{62}+93^{93}$ b) $B=12^{12}+13^{12}+14^{12}$ c) $C=7^{100}+161$

Câu 7: Chứng minh rằng số $2012^{4n}+2013^{4n}+2014^{4n}+2015^{4n}$ không phải một số chính phương.

Câu 8: Chứng minh rằng nếu p là tích của n số nguyên tố đầu tiên thì $p-1$ và $p+1$ không thể là các số chính phương.

Câu 9: Chứng minh rằng nếu a, b là hai số tự nhiên lẻ thì a^2+b^2 không phải là số chính phương.

Câu 10. Chứng minh rằng $A=11^{11}+21^{21}+31^{31}+41^{41}+51^{51}+61^{61}+71^{71}+81^{81}$ không là số chính phương.

Câu 11. Chứng minh $A=3^{2^6}+4^{2^6}+5^{2^6}$ không là số chính phương.

Câu 12. Chứng minh không tồn tại số chính phương lớn hơn 10 có tất cả các chữ số giống nhau.

Câu 13. Chứng minh không tồn tại số chính phương tận cùng bằng 4 chữ số giống nhau khác 0.

Câu 14. Chứng minh tích của bốn số chẵn liên tiếp không phải là số chính phương.

Câu 15. Chứng minh $2018^{2018}+2018^{1008}+2018^{1007}+2018^{1006}+\ldots+2018^3+2018^2+2018+1$ không phải số chính phương.

Tìm giá trị của biến để biểu thức là một số chính phương.

Câu 16: Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất khác 0 sao cho các số $n+1, 2n+1, 5n+1$ đều là các số chính phương.

Câu 17: Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số khác nhau $\overline{ab}$ biết rằng $n=\overline{ab}-\overline{ba}$ là một số chính phương.

Câu 18: Tìm tất cả các số tự nhiên biết rằng nếu đổi chỗ 2 chữ số tận cùng của bình phương số đó, ta được số mới là bình phương của số tự nhiên liền ngay sau đó.

Câu 19: Tìm số chính phương có 4 chữ số sao cho chữ số cuối cùng là số nguyên tố.

Câu 20: Tìm $3\le a\in\mathbb{N}$ sao cho $\overline{a(a-1)}^2=\overline{(a-2)aa(a-1)}$

Câu 21: Tìm các số tự nhiên n sao cho $2^n+3^n+4^n$ là số chính phương.

Câu 22: Tìm số tự nhiên m, n biết bằng $n(2n-1)=26m^2$

Câu 23: Hãy tìm tất cả các số chính phương gồm bốn chữ số biết rằng hai chữ số đầu lớn hơn hai chữ số sau 1 đơn vị.

Câu 24: Hãy tìm tất cả các số chính phương có bốn chữ số biết rằng hai chữ số đầu giống nhau và 2 chữ số cuối giống nhau.

Câu 25: Hãy tìm số chính phương lớn nhất có chữ số cuối khác 0 sao cho khi xóa bỏ hai chữ số cuối thì được một số chính phương.

Câu 26. Tìm số chính phương có bốn chữ số được viết bởi các chữ số 3, 6, 8.

Câu 27. Tìm số tự nhiên n có hai chữ số sao cho $2n+1$ và $3n+1$ đều là các số chính phương.

Câu 28. Cho một số tự nhiên gồm 2019 chữ số 2. Có cách nào viết thêm các chữ số 0 vào các vị trí tùy ý để tạo thành một số mới là số chính phương hay không ?

Câu 29. Tìm số chính phương có bốn chữ số bao gồm cả bốn chữ số 2, 3, 4 và 9.

Câu 30. Chứng minh rằng với mọi n thì $2n^2+2n+3$ không là số chính phương.

Câu 31. Tìm số chính phương có 4 chữ số chia hết cho 55.

Câu 32. Tìm số chính phương có 4 chữ số biết chữ số hàng nghìn và hàng trăm giống nhau, chữ số hàng chục và hàng đơn vị giống nhau.

Câu 33. Cho hai số chính phương có tổng là một số chia hết cho 3. Chứng minh rằng cả hai số chính phương đó đều chia hết cho 9.

Câu 34. Tìm số nguyên tố có hai chữ số $\overline{ab}$ sao cho $\overline{ab}-\overline{ba}$ là số chính phương.

Tổng hợp

Câu 35.

a) Cho các số tự nhiên: 1,2,3,4,5,6. Lập tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số bao gồm tất cả các chữ số trên. Trong các số đã lập có số nào là số chính phương không?

b) Cho một số tự nhiên gồm 21 chữ số 4 . Có cách nào viết thêm các chữ số 0 vào vị trí tùy ý để số mới tạo thành là một số chính phương hay không?

Câu 36. Chứng minh số $\mathrm{n}=4^4+44^{44}+444^{444}+4444^{4444}+15$ không là số chính phương.

Câu 37. Các tổng sau có phải là số chính phương không?

a) $A=3+3^2+3^3+\ldots+3^{20}$

b) $B=11+11^2+11^3$

c) $10^{10}+8$

d) $10^{10}+5$

e) $10^{100}+10^{50}+1$

Câu 38. Chứng minh rằng tổng các số có 3 chữ số $\overline{abc}+\overline{bca}+\overline{cab}$ không là số chính phương.

Câu 39.

a) Cho 4 chữ số 0;2;3;4. Tìm số chính phương có 4 chữ số gồm cả 4 chữ số trên.

b) Tìm số chính phương có 4 chữ số được lập từ các chữ số sau 3,6,8,8.

Câu 40. Chứng minh rằng tổng bình phương của hai số lẻ bất kì không phải là một số chính phương.

Giáo viên: Trần Tuấn Việt

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 6

CHỦ ĐỀ. NGUYÊN LÝ DIRICHLET

Tài liệu lớp học Zoom 6 HSG – 18h00 – 21h15 – Tối thứ 2

Họ và tên: ....Ngày học: ....

Câu 8. Trong một lưới ô vuông kích thước 5.5, người ta điền ngẫu nhiên vào các ô một trong các giá trị -1,0 hoặc 1 , sau đó tính tổng tất cả các ô theo hàng ; theo cột và theo hai đường chéo. Chứng minh rằng tồn tại ít nhất hai tổng có giá trị bằng nhau.

Câu 9. Cho S là tập hợp 7 số tự nhiên thuộc từ 0 đến 10. CMR tồn tại 2 phần tử của S có tổng bằng 10.

Câu 10. Cho 7 số tự nhiên bất kỳ. Chứng minh rằng ta luôn có thể tìm được 3 số mà tổng của chúng chia hết cho 3.

Câu 11. Cho 6 điểm trong đó 3 điểm nào cũng nối được với nhau tạo thành 1 tam giác có cạnh được tô bởi một trong hai màu xanh hoặc đỏ. CMR: Bao giờ cũng tồn tại một tam giác có 3 cạnh cùng màu.

Câu 12. Cho 10 số tự nhiên bất kỳ $a_1, a_2, a_3, ..., a_9, a_{10}$. Chứng minh rằng thế nào cũng có một số hoặc tổng một số liên tiếp nhau trong dãy 10 số đã cho chia hết cho 10.

Câu 13. Cho 100 số tự nhiên tuỳ ý. Chứng minh rằng tồn tại 10 số sao cho hiệu hai số bất kỳ đều chia hết cho 11.

Câu 14. Có hay không một số có dạng 2022 2022 …. 2022 000…000 chia hết cho 2021.

Câu 15. Chứng minh rằng tồn tại một bội của 17 gồm toàn chữ số 2.

Câu 16. Chứng minh rằng tồn tại số có dạng 1234 1234…..1234 00…00 chia hết cho 9999.

Câu 17. Trong một lớp học có 30 học sinh, chứng minh trong số 30 học sinh đó ta sẽ tìm thấy ít nhất 2 học sinh có tên bắt đầu bằng chữ cái giống nhau.

Câu 18. CMR trong các số tự nhiên 2-1, 2^2-1, 2^3-1, …, 2^n-1 trong đó n là số lẻ ,lớn hơn 1, có ít nhất một số chia hết cho n.

Câu 19. Từ 5 số tự nhiên bất kì , hiệu có thể tìm được hai số mà hiệu các bình phương của chúng chia hết cho 7.

Câu 20. Cho tám số tự nhiên có 3 chữ số. Chứng minh rằng trong 8 số đó, tồn tại hai số mà khi viết liên tiếp nhau thì tạo thành một số có sáu chữ số chia hết cho 7.

Câu 21. Cho bảng vuông gồm n.n ô vuông .Mỗi ô vuông ghi một trong các số 1; 0; 2. CMR không tìm được bảng vuông nào mà tổng các số trên cột , trên hàng , trên đường chéo là các số khác nhau.

Câu 22. Cho p là số nguyên tố lớn hơn 5 . Chứng minh rằng tồn tại một số có dạng 111…11 mà chia hết cho p.

Giáo viên: Bùi Minh Mẫn