BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 6

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Tài liệu lớp học Zoom 6 HSG – 18h00 – 21h15 – Tối thứ 2

Họ và tên: ....Ngày học: ....

HÌNH HỌC

Câu 5. Cho n điểm mà không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm ta vẽ một đường thẳng.

a) Biết $n = 123$. Tính số đường thẳng vẽ được.

b) Biết số đường thẳng vẽ được là 378 . Tính số điểm n .

c) Số đường thẳng có thể là 2012 được không ?

HD:

a) Vì không có ba điểm nào thẳng hàng nên ta vẽ được

$\frac{(1231).123}{2} = 7503$ (đường thẳng)

b) $(n-1)n = 378.2 = 756 = 27.28$ suy ra có 28 đường thẳng.

c) Có $(n-1)n = 4024$

Cách l. Biết tích hai số tự nhiên liên tiếp có tận cùng là 0,2 hoặc 6 . Số 4024 có chữ số tận cùng bằng 4 nên không là tích hai số tự nhiên liên tiếp. Vậy không thể có số đường thẳng là 2012 .

Cách 2. Có $4024 = 8.503$ mà 503 là một số nguyên tố nên không thể phân tích được số 4024 thành một tích của hai số tự nhiên liên tiếp. Vạy không thể vẽ được 2012 đường thẳng.

Câu 9. Cho 20 điểm, trong đó có a điểm thẳng hàng. Cứ 2 điểm, ta vẽ một đường thẳng. Tìm a, biết vẽ được tất cả 170 đường thẳng.

HD:

Giả sử trong 20 điểm, không có 3 điểm nào thẳng hàng. Khi đó, số đường thẳng vẽ được là:

$19 \,.\, 20 : 2 = 190$

Trong a điểm, giả sử không có 3 điểm nào thẳng hàng.Số đường thẳng vẽ được là : $(a - 1)\ a : 2$.

Thực tế, trong a điểm này ta chỉ vẽ được 1 đường thẳng.

Vậy ta có : $190 - (a-1)a : 2 + 1 = 170$

Suy ra a = 7.

ĐẠI SỐ

Câu 6. Tìm chữ số tận cùng của các lũy thừa:

a) $3^{5^{2n+1}}$ b) $7^{6^{2n+3}}$ c) $8^{7^{2n+1}}$

HD:

a) $3^{5^{2n+1}}=3^{4k+1}$ nên tận cùng là 3

b) $7^{6^{2n+3}}=7^{4k}$ nên tận cùng là 1

c) $8^{7^{2n+1}}=8^{4k+3}$ nên tận cùng là tận cùng của phép toán 6 nhân 8^3 hay tận cùng là 2

Câu 9. Tồn tại hay không số tự nhiên n để n^2+n+1 chia hết cho 1995^{2000}.

HD:

Vì 1995^{2000} tận cùng bởi chữ số 5 nên chia hết cho 5. Vì vậy, ta đặt vấn đề là liệu n^2+n+1 có chia hết cho 5 không?.

Ta có $n^2+n=n(n+1)$, là tích của hai số tự nhiên liên tiếp nên chữ số tận cùng của n^2+n chỉ có thể là 0, 2, 6 nên n^2+n+1 chỉ có tận cùng là 1, 3, 7. Suy ra n^2+n+1 không chia hết cho 5. Vậy không tồn tại số tự nhiên n sao cho n^2+n+1 chia hết cho 1995^{2000}.

Câu 11. Cho $A=\frac{1}{2}\left(7^{2012^{2015}}-3^{92^{94}}\right)$. Chứng minh A là số tự nhiên chia hết cho 5.

HD:

Vì 2012, 92 đều là bội của 4 nên 2012^{2015} và 92^{94} cũng là bội của 4

$\Rightarrow 2012^{2015}=4m(m\in\mathbb{N}^*);92=4n\left(n\in\mathbb{N}^*\right)$

Khi đó $7^{2012^{2015}}-3^{92^{94}}=7^{4m}-3^{4n}=(......1)-(.......1)=0$ vậy

A có tận cùng là 0 nên chia hết cho 10 nên $A=\frac{1}{2}\left(7^{2012^{2015}}-3^{92^{94}}\right)\vdots 5$

Câu 13. Chứng minh rằng: $101^{101}-101^2+100$ có 4 chữ số 0 ở tận cùng.

HD:

$101^{101}-101^2+100=101^{101}-101^2+101-1$

$101^{101}-101^2+100=\left(101^{101}-1\right)-101(101-1)$

$101^{101}-101^2+100=(101-1)\left(101^{100}+101^{99}+...+101+1\right)-101.100$

$101^{101}-101^2+100=100.\left(101^{100}+101^{99}+...+101^2+1\right)\vdots 100^2$