

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 6
BẤT ĐẲNG THỨC VỀ PHÂN SỐ (tiếp)
Tài liệu lớp học Zoom 6 HSG - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 2

Họ và tên:Ngày học:

Câu 13. $A = \frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \frac{1}{23} + \dots + \frac{1}{80}$. Chứng minh $1 < A < 2$

Câu 14. Chứng minh $B = \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \dots + \frac{1}{149} + \frac{1}{150} > \frac{1}{3}$.

Câu 15. a) So sánh $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{17}$ với số 3.

b) So sánh A với $B = \frac{2020}{2021} + \frac{2021}{2022} + \frac{2022}{2020}$

c) Chứng minh A không là số tự nhiên.

Câu 17. c) Chứng minh $B = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2^{2021}-1} < 2021$.

Câu 18. Cho $M = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2^{100}-1}$. Chứng minh rằng: $50 < M < 100$

Câu 19. So sánh $A = \frac{2059}{1} + \frac{2058}{2} + \dots + \frac{2}{2058} + \frac{1}{2059}$ với 10000

Câu 20. Giả sử có 2023 số nguyên dương $a_1, a_2, \dots, a_{2023}$ thỏa mãn $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{2023}} = 11$.

Chứng minh trong các số đã cho có ít nhất hai số bằng nhau.

3. BĐT phân số với các biến bình đẳng

Câu 1. Cho a,b,c là các số dương. Chứng minh $A = \frac{b}{a+b} + \frac{c}{b+c} + \frac{a}{c+a}$ không là số nguyên.

Câu 2. Cho a,b,c,d là các số dương. Chứng minh

$A = \frac{b}{a+b+c} + \frac{c}{b+c+d} + \frac{d}{c+d+a} + \frac{a}{d+a+b}$ không là số nguyên.

Câu 3. Cho a,b,c,d > 0. Chứng minh

$A = \frac{a+b}{a+b+c} + \frac{b+c}{b+c+d} + \frac{c+d}{c+d+a} + \frac{d+a}{d+a+b}$ không là số nguyên.

Câu 4. Tìm các số tự nhiên khác nhau a, b, c sao cho tổng các nghịch đảo của chúng bằng 1.

Câu 5. Cho $0 < a < b < c < 1$ và $a+b > c$.

a) Chứng minh $a+b < ab+1$

b) Chứng minh $\frac{a}{bc+1} + \frac{b}{ac+1} + \frac{c}{ab+1} < 2$

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 6
PHƯƠNG PHÁP QUY NẠP TOÁN HỌC
Tài liệu lớp học Zoom 6 HSG - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 2

Họ và tên:Ngày học:

Câu 1. Chứng minh rằng với $n \in \mathbb{N}^*$ ta có đẳng thức: $1.4 + 2.7 + 3.10 + \dots + n(3n+1) = n(n+1)^2$.

Câu 2. Chứng minh rằng với $n \in \mathbb{N}^*$ ta có đẳng thức: $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$.

Câu 3. Chứng minh rằng: $4^n + 6n + 8$ chia hết cho 9 với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 4. Chứng minh rằng $B_n = 11^{n+1} + 12^{2n-1}$ chia hết cho 133 với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 5. Chứng minh rằng: $3^{3n+3} - 26n - 27$ chia hết cho 169 với mọi $n \in \mathbb{N}$.

Câu 6. Chứng minh rằng: $3^{2n+3} + 40n - 27$ chia hết cho 64 với mọi $n \in \mathbb{N}$.

Câu 7. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n thì

a. $2^{n+5} \cdot 3^{4n} + 5^{3n+1} : 37$

b. $7^{n+2} + 8^{2n+1} : 57$

Câu 8. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên $n > 6$ thì $3^n < n!$

Câu 9. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n khác 0 luôn tồn tại một số gồm n chữ số trong đó chỉ chứa chữ số 1 và 2 chia hết cho 2^n

Câu 10. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên $n \geq 2$ thì $3^n > 3n + 1$

Câu 11. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên $n \geq 3$ thì $3^n > n^2 + 4n + 5$

Câu 12. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên $n > 2$ bất đẳng thức sau đúng: $2^n > 2n + 1$

Câu 13. Chứng minh với $x_1, x_2, \dots, x_n > 0; x_1 x_2 \dots x_n = 1$ thì $x_1 + x_2 + \dots + x_n \geq n$

Giáo viên: Bùi Minh Mẫn