

**BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7**  
**CÂU ĐIỂM 10 TRONG ĐỀ THI HỌC KÌ I**  
**Tài liệu lớp học Zoom 7M1 - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 3**

Họ và tên: ..... Ngày học: .....

**Câu 1.** Cho các số nguyên dương  $a_1, a_2, \dots, a_{2015}$  thỏa mãn  $\frac{1}{a_1} + \dots + \frac{1}{a_{2015}} = 1008$ .

Chứng minh rằng có ít nhất 2 trong 2015 số nguyên dương đã cho bằng nhau.

**Câu 2.** Cho  $x, y$  là các số nguyên dương sao cho  $A = \frac{x^4 + y^4}{15}$  cũng là số nguyên dương. Chứng minh rằng  $x$  và  $y$  đều chia hết cho 3 và 5. Từ đó tìm giá trị nhỏ nhất của  $A$ .

**Câu 3.** Tìm  $x, y \in \mathbb{Z}$  sao cho:  $21xy - 35x + 18y - 43 = 0$

**Câu 4.** Cho các số  $a, b, c$  thỏa mãn  $abc = 1$ . Rút gọn biểu thức:

$$P = \frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1}$$

**Câu 5.** Cho các số dương  $a, b, c$  và  $A = \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a}$ . Chứng tỏ  $A$  không phải là số nguyên.

(Nam Định)

**Câu 6.** Tìm số nguyên  $x$  để  $A = \frac{3x^2 - 6x + 1}{x - 2} \in \mathbb{Z}$

(Ngô Sỹ Liên)

**Câu 7.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $A = |x-1| + |x-2| + |x-3| + \dots + |x-2021|$

**Câu 8.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $B = |x-1| + |x-2| + |2x-5|$

**Câu 9.** Cho  $|a-c| < 3, |b-c| < 2$ .

a) Chứng minh  $|a-b| < 5$

b) Chứng minh  $|3a - 2b - c| < 13$

**Câu 10.** Chứng minh rằng:  $|x| + |y| \geq \left| \frac{x+y}{2} + \sqrt{xy} \right|$

**Câu 11.** Chứng minh với mọi  $x, y, z$  ta có  $|x+y| + |y+z| \geq |x-z|$

**Câu 12.** Cho các số thực  $a, b, c, x$  thỏa mãn  $ax^2 + bx + c = 0$  và  $|a| = |b| + |c| (a \neq 0)$ . Chứng minh rằng  $|x| < 2$

**Câu 13.** Cho các số  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2015}$  khác 0 thỏa mãn:  $a_1 \cdot a_3 = a_2^2; a_2 \cdot a_4 = a_3^2; \dots; a_{2013} \cdot a_{2015} = a_{2014}^2$  và  $a_2 + a_3 - a_4 - a_5 + \dots + a_{2015} \neq 0$ . Chứng minh rằng:  $\frac{a_1}{a_{2015}} = \left( \frac{a_1 + a_2 - a_3 - a_4 + \dots + a_{2014}}{a_2 + a_3 - a_4 - a_5 + \dots + a_{2015}} \right)^{2014}$

**Câu 14.** Cho a, b, c là các số khác 0 thỏa mãn  $\frac{ab+ac}{2} = \frac{bc+ba}{3} = \frac{ca+cb}{4}$ . Chứng minh  $\frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{15}$ .

**Câu 15. (Bắc Giang)** Tìm giá trị của x thỏa mãn:  $|3x+4| + |3x-1| = \frac{20}{3(x+1)^2 + 4}$ .

**Câu 16. (Ams)** Cho các phân số  $\frac{ab}{a+2b} = \frac{3}{2}, \frac{bc}{b+2c} = \frac{4}{3}, \frac{ca}{c+2a} = 3$ . Rút gọn:  $T = \frac{abc}{ab+bc+ca}$ .

**Câu 17. (Ams) c)** Cho các số a, b, c, x, y, z thỏa mãn  $a+b+c = a^2+b^2+c^2 = 1$  và  $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$

(Các tỉ số đều có nghĩa). Chứng minh rằng:  $x^2 + y^2 + z^2 = (x+y+z)^2$

**Giáo viên: Trần Ngọc Hà**

**BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7**

**TAM GIÁC BẰNG NHAU**

**Tài liệu lớp học Zoom 7M1 - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 3**

Họ và tên: ..... Ngày học: .....

**Câu 1.** Cho tam giác ABC, M là trung điểm AB. Đường thẳng qua M song song với BC cắt AC tại N, trên tia đối của tia MN lấy E sao cho M là trung điểm của EC.

- a) Chứng minh rằng tam giác AMN bằng tam giác BME
- b) Chứng minh N là trung điểm AC

**Câu 2.** Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Trên nửa mặt phẳng bờ BC chứa A kẻ Bx, Cy vuông góc với BC. Lấy điểm M thuộc BC, đường thẳng d vuông góc với AM tại A cắt Bx, Cy tại H và K

- a) Chứng minh rằng  $BM=CK$
- b) A là trung điểm HK
- c) Gọi P là giao điểm AB và MN, Q là giao điểm AC và MK. Chứng minh rằng  $PQ \parallel BC$

**Câu 3.** Cho góc xOy nhọn. A và B trên Ox và Oy sao cho  $OA=OB$ . Vẽ đường vuông góc với Ox tại A cắt Oy tại M, vẽ đường vuông góc với Oy tại B cắt Ox tại N. Gọi I là trung điểm MN và H là giao của AM với BN. Chứng minh rằng O, H, I thẳng hàng.

**Câu 4.** Cho tam giác ABC. Qua A vẽ đường thẳng xy // BC. Từ điểm M trên cạnh BC vẽ các đường thẳng song song với AB, AC, chúng cắt xy theo thứ tự tại D và E. Chứng minh rằng:

- a)  $\triangle ABC = \triangle MDE$
- b) AM, BD, CE đồng quy

**Câu 5.** Cho tam giác ABC. Trên cạnh BC lấy E, F sao cho  $BE=CF$ . Qua E, F kẻ đường thẳng song song với AB cắt AC tại G và H. Chứng minh rằng  $EG+FH=AB$

**Câu 6.** Cho góc xOy khác góc bẹt. Trên Ox lấy A, B, C sao cho  $OA = AB = BC$ . Qua A, B, C kẻ 3 đường thẳng song song với nhau cắt Oy tại D, E, F. Chứng minh:  $OD = DE = EF$ .

**Câu 7.** Cho tam giác ABC có  $AB > AC$ . Từ trung điểm M của BC vẽ đường thẳng vuông góc với tia phân giác của góc A, cắt tia phân giác tại H, cắt AB và AC tại E và F. Chứng minh rằng:

- a)  $BE = CF$
- b)  $AE = \frac{AB + AC}{2}; BE = \frac{AB - AC}{2}$
- c)  $\widehat{BME} = \frac{\widehat{C} - \widehat{B}}{2}$

**Câu 8.** Cho tam giác ABC cân tại A, đường cao BH. Trên đáy BC lấy M, vẽ  $MD \perp AB, ME \perp AC, MF \perp BH$

- a) Chứng minh  $ME=MF$
- b) Chứng minh  $\triangle DBM = \triangle FMB$
- c) Chứng minh khi M chạy trên BC thì tổng  $MD+ME$  có giá trị không đổi
- d) Trên tia đối của CA lấy K sao cho:  $KC=EH$ . Chứng minh rằng BC qua trung điểm của KD

**Câu 9.** Cho đoạn thẳng AB và điểm M nằm giữa A và B. Vẽ các tam giác đều MAC và MBD trên cùng nửa mặt phẳng có bờ là AB. AC cắt BD tại O. Gọi I và K là trung điểm AD và BC. Chứng minh:

- a)  $\Delta AOB$  đều  
b)  $MC = OD, MD = OC$   
c)  $AD = BC$   
d)  $\Delta MIK$  đều

**Câu 10.** Cho tam giác ABC vuông tại A ( $AB > AC$ ). Tia phân giác góc B cắt AC ở D. Kẻ DH vuông góc với BC. Trên tia AC lấy điểm E sao cho  $AE = AB$ . Đường thẳng vuông góc với AE tại E cắt tia DH ở K. Chứng minh rằng :

- a)  $BA = BH$   
b) Góc  $DBK = 45^\circ$   
c) Cho  $AB = 4$  cm, tính chu vi tam giác DEK

**Câu 11.** Cho tam giác ABC,  $\hat{A} = 90^\circ, AB < AC$ . M là trung điểm BC, trung trực Mx của BC cắt AC tại D. Trên tia đối của tia AC lấy E sao cho  $AE = AD$ . Chứng minh:

- a)  $BE = CD$   
b)  $\widehat{BEA} = 2\widehat{ACB}$   
c) AM cắt BE tại K. Chứng minh:  $AE = EK, BK = AC$   
d) Tam giác ABC có thêm điều kiện gì để  $BK \parallel DM$

**Câu 12.** Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Trên nửa mặt phẳng bờ AB không chứa H vẽ tia Ax sao cho  $\widehat{BAx} = \widehat{BAH}$ , Ay là tia đối của tia Ax. Vẽ BD, CE vuông góc với xy. Chứng minh rằng:

- a) AC là phân giác  $\widehat{HAy}$   
b)  $BD + CE = BC$   
c)  $HD \perp HE$

**Câu 13.** Cho tam giác ABC vuông tại A. Trung tuyến  $AM = AB$ . Phân giác  $\widehat{MAC}$  cắt BC tại N. P thuộc BC sao cho  $BP = AC$ . Chứng minh rằng N là trung điểm MP.

**Câu 14.** Cho đoạn thẳng AB. Trên nửa mặt phẳng bờ AB vẽ Ax, By vuông góc AB. Lấy M thuộc AB sao cho  $MA < MB$ .  $C \in Ax, D \in By$  sao cho  $CA = MB, BD = MA$

- a) CMR:  $\Delta CAM = \Delta MBD, \Delta CMD$  vuông  
b) Gọi O là trung điểm CD, AO cắt By tại E. CMR  $\widehat{BAE} = 45^\circ$  và  $CE \parallel AD$ ,  $AO \cap MC \equiv F, BO \cap MD \equiv G$ . CM:  $CF^2 + DG^2 = FG^2$

**Câu 15.** Cho tam giác ABC, M là trung điểm BC. Trên tia đối của tia MA lấy E sao cho  $ME = MA$ .

- a) CMR:  $AC = EB, AC \parallel BE$   
b)  $I \in AC, K \in EB : AI = EK$ . CMR: M, I, K thẳng hàng  
c) Kẻ EH vuông góc BC.  $\widehat{HBE} = 50^\circ; \widehat{MEB} = 25^\circ$ . Tính  $\widehat{HEM}$  và  $\widehat{BME}$

**Câu 16.** Cho tam giác ABC.  $\hat{B} < 90^\circ, \hat{B} = 2\hat{C}$ . Đường cao AH. Trên tia đối của BA lấy E:  $BE = BH$ . HE cắt AC tại D

- a) CMR:  $\widehat{BEH} = \widehat{ACB}$   
b)  $DH = DC = DA$   
c) Vẽ B' sao cho H là trung điểm BB'. CM:  $\Delta AB'C$  cân  
d)  $AE = HC$

**Giáo viên: Trần Tuấn Việt**