

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7

ĐA THỨC MỘT BIẾN

Tài liệu lớp học Zoom 7M1 - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 3

Họ và tên: Ngày học:

1. Đơn thức, đa thức, cộng trừ đơn thức, đa thức và tính các hệ số của đa thức.

Câu 1. Cho 2 đa thức $P(x) = -2x^2 + 1 + 3x$ và $Q(x) = -5x + 3x^2 + 4$.

- a) Sắp xếp $P(x)$ và $Q(x)$ theo số mũ giảm dần của biến.
- b) Viết tổng $P(x) + Q(x)$ theo hàng ngang.
- c) Nhóm các đơn thức có cùng số mũ của biến với nhau.
- d) Tính tổng $f(x) = P(x) + Q(x)$ bằng cách thực hiện phép tính trong từng nhóm.
- e) Tìm đa thức $g(x) = f(x) - x^2 + x - 2$, tính $g(2); g(-1)$

Câu 2. Nhân, thu gọn các tích

- a) $2x^2(3x^2 - 5x + 1)$
- b) $(x-1)^2$
- c) $(x+a)^2$
- d) $(x-a)^3$
- e) $(x-a)^3$
- f) $(x+1)^3$

Câu 3. Thu gọn, sắp xếp, tính $f(1)$, $f(-1)$

- a) $f(x) = (x-1)(x^2 + x + 1)$
- b) $f(x) = (x+1)(x^2 - x + 1)$
- c) $f(x) = (x-a)(x+a)$
- d) $f(x) = (3x+1)(9x^2 - 3x + 1)$
- e) $f(x) = (x^2 + 3x + 1)(x^3 - x + 2)$
- f) $f(x) = (x-1)(x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x + 1)$

Câu 4. Thực hiện phép chia đa thức sau

- a) $(9x^4 + 3x^4 - 5x^2) : (3x^2)$
- b) $(2x^2 + 5x + 2) : (2x + 1)$
- c) $(3x^3 - 5x^2 + 2) : (x^2 + 1)$

Câu 5. Cho đa thức $f(x) = (x^{2017} - x^3 + 1)^{2018}$.

- a) Tính tổng các hệ số của lũy thừa bậc chẵn của đa thức $f(x)$.
- b) Tính tổng các hệ số của các lũy thừa bậc lẻ của đa thức.

Câu 6. Cho đa thức $f(x) = (x^{100} - x^{99} + x^2)^{1000}$

- a) Tính tổng các hệ số bậc chẵn của đa thức $f(x)$ sau khi rút gọn.
- b) Tính tổng các hệ số bậc lẻ của $f(x)$ sau rút gọn.

Câu 7. Tính giá trị của đa thức: $A(x) = x + x^2 + x^3 + \dots + x^{2020} + x^{2021}$ tại $x = \frac{1}{2}$.

Câu 8. Cho $f(x) = x^{100} - 101x^{99} + 101x^{98} - 101x^{97} + \dots + 101x^2 - 101x + 125$

Tính $f(100)$.

Câu 9. Cho $f(x) = x^{2024} - 151x^{2023} + 151x^{2022} - \dots + 151x^2 - 100x + 2023$, tính $f(150)$.

Câu 10. Cho $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, a \in \mathbb{Z}^+$. Biết $f(5) - f(4) = 2012$.

Chứng minh rằng $f(7) - f(2)$ là hợp số

Câu 11. Cho $f(x) = ax^3 + 2bx^2 + 3cx + 4d$ với các hệ số a, b, c, d là các số nguyên. Chứng minh rằng không thể đồng thời tồn tại $f(7) = 73$ và $f(3) = 58$.

Câu 12. Cho $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ trong đó $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ và thỏa mãn $b = 3a + c$. Chứng minh rằng $f(1)f(-2)$ là bình phương của một số nguyên.

Câu 13. Cho đa thức một biến $f(x) = ax^2 + bx + c$. Biết $5a + b = 0$, hỏi tích $f(8) \cdot f(-3)$ có thể là số âm không? Vì sao?

Giáo viên: Trần Ngọc Hà

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7

TAM GIÁC CÂN (tiếp)

Tài liệu lớp học Zoom 7M1 - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 3

Họ và tên: Ngày học:

Câu 1. Cho tam giác nhọn ABC, $\hat{A} = 60^\circ$, đường cao BD. Gọi M, N là trung điểm AB, AC.

- a) Xác định dạng của các tam giác BMD, AMD
- b) Trên tia AB lấy E sao cho $AE = AN$, chứng minh: $CE \perp AB$

Câu 2. Cho điểm M thuộc đoạn thẳng AB. Trên cùng nửa mặt phẳng bờ AB vẽ các tam giác đều AMC và BMD. Gọi E, F là trung điểm AD, CB. Chứng minh: Tam giác MEF đều

Câu 3. Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Vẽ ra ngoài tam giác cân BCM đáy BC và góc ở đáy 15° . Vẽ tam giác đều ABN (N và C cùng phía với AB). Chứng minh rằng: B, M, N thẳng hàng

Câu 4. Cho tam giác ABC cân tại A, phân giác CD. Qua D vẽ đường thẳng vuông góc với CD cắt BC tại F, đường thẳng kẻ qua D và song song với BC cắt AC tại E. Phân giác của góc \widehat{BAC} cắt DE tại M. Chứng minh $CF = 2BD$ và $MD = \frac{1}{4}CF$

Câu 5. Cho tam giác ABC, $\hat{A} = 90^\circ$, $BC = 2AB$. $D \in AC$: $\widehat{ABD} = \frac{1}{3}\widehat{ABC}$, $E \in AB$: $\widehat{ACE} = \frac{1}{3}\widehat{ACB}$, BD và CE cắt nhau tại F; I và K theo thứ tự là chân đường vuông góc hạ từ F đến BC và AC. Vẽ các điểm G và H sao cho I là trung điểm của FG, K là trung điểm của FH. Chứng minh rằng: H, D, G thẳng hàng

Câu 6. Cho góc xOy nhọn, Vẽ tia Oz trong góc xOy sao cho $\widehat{xOz} = \frac{1}{2}\widehat{yOz}$ Qua điểm A thuộc tia Oy vẽ AH vuông góc với Ox cắt Oz tại B. Trên tia Bz lấy điểm D sao cho $BD = OA$. Chứng minh rằng tam giác AOD cân.

Câu 7. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 3AB$. Trên AC lấy D và E sao cho $AD = DE = EC$. Chứng minh rằng $\widehat{AEB} + \widehat{ACB} = 45^\circ$

Câu 8. Cho tam giác ABC, $\hat{B} = 45^\circ$, $\hat{A} = 15^\circ$. Trên tia đối của tia CB lấy D sao cho $CD = 2BC$. Vẽ DE vuông góc AC

- a) Chứng minh $EB = ED$
- b) Tính góc ADB

Câu 9. Cho tam giác ABC cân tại A, góc A bằng 100° , tia phân giác góc B cắt AC tại D. Chứng minh rằng $BC = BD + AD$.

Câu 10. Tam giác ABC có đường cao AH và trung tuyến AM chia góc A thành 3 góc bằng nhau. Chứng minh rằng tam giác ABM là tam giác đều

Câu 11. Cho tam giác ABC, $\widehat{B} = 2\widehat{C}$, đường cao AH. Trên tia đối của tia BA lấy điểm E sao cho $BE = BH$. Chứng minh rằng EH cắt AC tại trung điểm của AC

Câu 12. Cho tam giác ABC cân tại A, $\widehat{A} = 108^\circ$. Gọi O là điểm nằm trên phân giác của góc C sao cho $\widehat{OBC} = 12^\circ$. Vẽ tam giác đều OMB (M và A cùng phía với OB). Chứng minh rằng:

- a) A, C, M thẳng hàng
- b) Tam giác AMB cân

Giáo viên: Trần Tuấn Việt