

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7

SỐ CHÍNH PHƯƠNG

Tài liệu lớp học Zoom 7M1 - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 3

Họ và tên: Ngày học:

A. Lí thuyết cần nhớ

- + Số chính phương là bình phương của một số tự nhiên.
 - + Chữ số tận cùng của số chính phương: 0, 1, 4, 5, 6, 9.
 - Nên những số có tận cùng 2, 3, 7, 8 không là số chính phương
 - Nếu số CP có tận cùng là 0 thì chữ số hàng chục là 0.
 - Nếu số CP có tận cùng là 5 thì chữ số hàng chục là 2.
 - Nếu số CP có tận cùng là 6 thì chữ số hàng chục là lẻ.
 - Nếu số CP có tận cùng là 1, 4 hoặc 9 thì chữ số hàng chục là chữ số chẵn.
 - + Số CP khi chia cho 3 chỉ có thể có các số dư: 0, 1
 - + Số CP khi chia cho 4 chỉ có thể có các số dư: 0, 1
 - + Số CP khi chia cho 5 chỉ có thể có các số dư: 0, 1, 4
 - + Số CP khi chia cho 8 chỉ có thể có các số dư: 0, 1, 4.
 - + Nếu số CP A chia hết cho số nguyên tố p thì A chia hết cho p^2 .
 - + Nếu hai số tự nhiên a, b nguyên tố cùng nhau có tích là một số chính phương thì mỗi số a, b đều phải là số CP.
 - + Nếu tích hai số a và b là một số chính phương thì các số a, b có dạng $a = mp^2; b = mq^2$.
- Suy ra nếu A chia hết cho số nguyên tố p mà không chia hết cho p^2 thì A không là số chính phương.
- + Giữa hai số chính phương liên tiếp không có số chính phương nào.
 - + Nếu phân tích một số chính phương thành các thừa số nguyên tố thì tất cả các số mũ đều chẵn.
 - + PP chứng minh một số là số CP: Chỉ ra tồn tại số n sao cho $A = n^2$
 - + PP chứng minh một số không là số CP:
 - Sử dụng chữ số tận cùng
 - Sử dụng tính chất chia hết
 - Phương pháp kẹp: Chỉ ra $n^2 < A < (n+1)^2$

B. Bài tập

Câu 1.

- a) Một số tự nhiên có tổng các chữ số bằng 2022 thì có thể là số chính phương được không? Tại sao?
- b) Số 1234567890 có phải là số chính phương hay không?
- c) Tổng các số tự nhiên từ 1 đến 2021 có là số chính phương hay không?

Câu 2. Giả sử $N = 1.3.5.....2019.2021$.

Chứng minh $2N - 1, 2N, 2N + 1, 2N + 2$ đều không là các số chính phương.

Câu 3. Cho $A = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{33}$, hỏi A có là số chính phương được không? Vì sao?

Câu 4. Cho $S = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{98}$, chứng tỏ S không là số chính phương.

Câu 5. Chứng minh các số sau không là số chính phương.

a) $A = 31^{31} + 62^{62} + 93^{93}$ b) $B = 12^{12} + 13^{12} + 14^{12}$ c) $C = 7^{100} + 161$

Câu 6. Tìm số tự nhiên $n \geq 1$ sao cho tổng $1! + 2! + 3! + \dots + n!$ là số chính phương.

(Với kí hiệu: $n! = 1.2.3.....n$).

Câu 7. Tìm số chính phương có 4 chữ số sao cho chữ số cuối cùng là số nguyên tố.

Câu 8. Chứng minh rằng nếu p là tích của n số nguyên tố đầu tiên thì $p - 1$ và $p + 1$ không thể là các số chính phương.

Câu 9. Tìm số tự nhiên n có hai chữ số biết

a) $2n + 1$ và $3n + 1$ đều là các số chính phương.

b) $n + 4$ và $2n$ đều là các số chính phương.

Câu 10. Tìm số chính phương có 4 chữ số biết chữ số hàng nghìn và hàng trăm giống nhau, chữ số hàng chục và hàng đơn vị giống nhau.

Câu 11. Cho hai số chính phương có tổng là một số chia hết cho 3. Chứng minh rằng cả hai số chính phương đó đều chia hết cho 9.

Câu 12. Tìm số nguyên tố có hai chữ số \overline{ab} sao cho $\overline{ab} - \overline{ba}$ là số chính phương.

Câu 13.

a) Chứng minh rằng với $\forall n \in N$ thì $2n^2 + 2n + 3$ không là số chính phương

b) Chứng minh rằng với $\forall n \in N$ thì $3^n + 1002$ không là số chính phương.

Câu 14. Chứng minh rằng tổng các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 2015 không phải là số chính phương.

Câu 15.

a) Cho các số tự nhiên: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Lập tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số bao gồm tất cả các chữ số trên. Trong các số đã lập có số nào là số chính phương không?

b) Cho một số tự nhiên gồm 21 chữ số 4. Có cách nào viết thêm các chữ số 0 vào vị trí tùy ý để số mới tạo thành là một số chính phương hay không?

Câu 16. Chứng minh số $n = 4^4 + 44^{44} + 444^{444} + 4444^{4444} + 15$ không là số chính phương.

Câu 17. Các tổng sau có phải là số chính phương không?

a) $A = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{20}$ b) $B = 11 + 11^2 + 11^3$

c) $10^{10} + 8$ d) $10^{10} + 5$ e) $10^{100} + 10^{50} + 1$

Câu 18. Chứng minh rằng tổng các số có 3 chữ số $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$ không là số chính phương.

Câu 19.

a) Cho 4 chữ số 0;2;3;4. Tìm số chính phương có 4 chữ số gồm cả 4 chữ số trên.

b) Tìm số chính phương có 4 chữ số được lập từ các chữ số sau 3, 6, 8, 8.

Câu 20. Chứng minh rằng tổng bình phương của hai số lẻ bất kì không phải là một số chính phương.

Giáo viên: Trần Ngọc Hà

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7
CHỨNG MINH BA ĐIỂM THẲNG HÀNG
Tài liệu lớp học Zoom 7M1 - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 3

Họ và tên: Ngày học:

Câu 1. Cho tam giác ABC. Trên tia đối của tia AB lấy điểm F sao cho $AB = FA$. Trên tia đối của tia AC lấy điểm E sao cho $AC = AE$. Chứng minh: K, A, D thẳng hàng.

Câu 2. Cho $\triangle ABC$ (góc $A = 90^\circ$). Kẻ $AH \perp BC$, kẻ $HP \perp AB$ và kéo dài để có: $PE = PH$. Kẻ $HQ \perp AC$ và kéo dài để có $QF = QH$. Chứng minh 3 điểm E, A, F thẳng hàng.

Câu 3. Cho $\triangle ABC$ có góc $A = 90^\circ$, vẽ phân giác BD và CE ($D \in AC$; $E \in AB$) chúng cắt nhau tại O. Điểm I trên AN sao cho $\triangle AIM$ cân. Chứng minh B, I, D thẳng hàng.

Câu 4. Cho tam giác ABC vuông tại A có $\hat{B} = 60^\circ$. Vẽ $AH \perp BC$ tại H.

a) Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $AD = AH$. Gọi I là trung điểm của cạnh HD.

Chứng minh $\triangle AHI = \triangle ADI$.

b) Tia AI cắt cạnh HC tại điểm K. Chứng minh $\triangle AHK = \triangle ADK$ từ đó suy ra $AB \parallel KD$.

c) Trên tia đối của tia HA lấy điểm E sao cho $HE = AH$. Chứng minh H là trung điểm của BK và ba điểm D, K, E thẳng hàng.

Câu 5. Cho $\triangle ABC$ cân tại A. Gọi G là trọng tâm, O là giao điểm ba tia phân giác của các góc A, B, C, I là giao điểm hai tia phân giác góc ngoài ở đỉnh B và C. Chứng minh rằng: 4 điểm A, G, O, I thẳng hàng.

Câu 6. Cho tam giác ABC cân tại A, lấy điểm D thuộc cạnh AB, kẻ DE song song với BC (E thuộc AC). Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh AM, BE, CD đồng quy.

Câu 7. Cho tam giác ABC. Qua mỗi đỉnh A, B, C kẻ các đường thẳng song song với cạnh đối diện, chúng cắt nhau tạo thành tam giác DEF

a) Chứng minh A là trung điểm của EF

b) Chứng minh AD, BE, CF đồng quy

Câu 8. Cho tam giác ABC có góc A là góc tù, kẻ AH vuông góc với BC tại H. Gọi I là hình chiếu của B xuống AC; K là hình chiếu của C xuống AB. Chứng minh AH, BI, CK đồng quy

Câu 9. Cho tam giác ABC. Đường phân giác góc ngoài tại đỉnh B và C cắt nhau tại E. Đường phân giác góc ngoài tại đỉnh A cắt BE tại D, cắt CE tại F. Chứng minh:

a) AE vuông góc với DF

b) Các đường thẳng AE, BF, CD đồng quy

Câu 10. Cho tam giác ABC, Vẽ tia Ax song song với BC, trên đó lấy điểm D sao cho $AD = BC$. Gọi M và N thứ tự là trung điểm của AD và BC. Chứng minh AC, BD, MN đồng quy.

Câu 11. Cho tam giác ABC , đường cao AH . Trên tia đối của tia AH lấy điểm K sao cho $AK = BC$. Vẽ đoạn thẳng BD vuông góc và bằng AB (D và C nằm khác phía đối với AB). Vẽ đoạn thẳng CE vuông góc và bằng AC (E và B nằm khác phía đối với AC). Chứng minh rằng:

- $BE = CK; BK = CD$
- Các đường thẳng AH, BE, CD đồng quy

Câu 12. Trên nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AC không chứa B , vẽ tia Cx vuông góc với AC . Trên tia Cx lấy điểm D sao cho $CD = AB$.

- Tính số đo \widehat{ACB} . Chứng minh $\triangle ABC = \triangle CDA$ và $AD \parallel BC$
- Vẽ AH vuông góc với BC tại H , CK vuông góc với AD tại K . Chứng minh $BH = DK$
- Gọi I là trung điểm AC . Chứng minh H, I, K thẳng hàng

Câu 13. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB > AC$. Tia phân giác góc C cắt cạnh AB tại D . Trên BC lấy E sao cho $CE = CA$.

- Chứng minh $\triangle CDA = \triangle CDE$ và $DE \perp BC$
- Vẽ $a \perp AC$ tại C . Qua A vẽ $b \parallel CD$ cắt a tại M . Chứng minh $AM = CD$
- Qua B vẽ $b \perp CD$ tại N và cắt AC tại K . Chứng minh $KE \perp BC$ và K, D, E thẳng hàng

Câu 14. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6cm, BC = 10cm$.

- Tính AC và so sánh các góc của tam giác ABC
- Trên tia đối của tia AB lấy D sao cho A là trung điểm của BD . Chứng minh tam giác BCD cân
- Gọi K là trung điểm BC . DK và AC cắt nhau tại M . Tính MC
- Trung trực của AC cắt DC tại Q . Chứng minh B, M, Q thẳng hàng.

Giáo viên: Trần Tuấn Việt