BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Tài liệu lớp học Zoom 7M1 – 18h00 – 21h15 – Tối thứ 3

Họ và tên: ....Ngày học: ....

Ca 1

Câu 2

b) Tìm số chính phương có 4 chữ số được lập từ các chữ số sau 3, 6, 8, 8.

HD:

b) Gọi A là số chính phương có bốn chữ số cần tìm

A không có tận cùng là 2 hoặc 3 nên chữ số tận cùng của A là 0 hoặc 4

- Nếu chữ số tận cùng của A là 0 thì chữ số hàng chục là 0 nên vô lý

- Nếu chữ số tận cùng của A là 4 thì chữ số hàng chục là chẵn nên chữ số hàng chục là 0 hoặc 2

- A có thể là 3204; 2304; 3024

Ta có: $56^2 < 3204 < 57^2; 2304 = 48^2; 54^2 < 3204 < 55^2$

Vậy số cần tìm là 2304

Câu 6. Chứng minh rằng số $2012^{4n} + 2013^{4n} + 2014^{4n} + 2015^{4n}$ không phải một số chính phương.

HD:

Ta có:

$$2012^{4n} = \left(2012^4\right)^n = (...6)^n = (...6)$$

$$2013^{4n} = \left(2013^4\right)^n = (...1)^n = (...1)$$

$$2014^{4n} = \left(2014^4\right)^n = (...6)^n = (...6)$$

$$2015^{4n} = \left(2015^4\right)^n = (...5)^n = (...5)$$

$$\Rightarrow 2012^{4n} + 2013^{4n} + 2014^{4n} + 2015^{4n} = (...6) + (...1) + (...6) + (...5) = ...8$$

Mà một số chính phương chỉ có thể có tận cùng là 0; 1; 4; 5; 6; 9.

Vậy $2012^{4n} + 2013^{4n} + 2014^{4n} + 2015^{4n}$ không phải là số chính phương.

Câu 9. Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất khác 0 sao cho các số $n+1, 2n+1, 5n+1$ đều là các số chính phương

HD:

Nếu $n = 3k + 1 (k \in \mathbb{N})$ thì $n + 1 = 3k + 2$, không là số chính phương.

Nếu $n = 3k + 2 (k \in \mathbb{N})$ thì $2n + 1 = 6k + 5$ chia 3 dư 2, không là số chính phương.

Vậy $n = 3k (k \in \mathbb{N})$, hay $n \vdots 3 (1)$.

Mặt khác, $2n+1$ là một số chính phương lẻ nên $2n+1$ chia 8 dư 1, nghĩa là $2n\vdots 8 \Rightarrow n\vdots 4$

$\Rightarrow n+1$ là số chính phương lẻ, nên $n+1$ chia 8 dư 1.

Suy ra $n\vdots 8(2)$

Từ (1)(2) suy ra $n\vdots 24$. Thử với $n=24$, ta có $n+1=25, 2n+1=49, 5n+1=121$ thỏa mãn.

Vậy $n=24$ thỏa mãn đề bài.

Ca 2

Câu 7. Cho tam giác ABC cân tại A. Trên cạnh BC lấy điểm D, trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho CE = BD. Đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ D cắt AB tại M. Đường vuông góc với BE tại E cắt AC tại N.

a. CMR: $\Delta MBD = \Delta NCE$

b. Cạnh BC cắt MN tại I. CMR: MI = IN.

c. Chứng minh đường thăng vuông góc với MN tại I luôn đi qua 1 điểm cố định khi D thay đổi trên đoạn BC.

HD:

a) ΔABC cân tại $A \Rightarrow \widehat{MBD} = \widehat{ACB}$

Mà $\widehat{ACB} = \widehat{NCE}$ (hai góc đối đỉnh) $\Rightarrow \widehat{MBD} = \widehat{NCE}$

Xét ΔMBD và ΔNCE có:

$\widehat{MDB} = \widehat{NEC}\left(=90^o\right)$

$BD = CE\left(gt\right)$

$\widehat{MBD} = \widehat{NCE}$

$\Rightarrow \Delta MBD = \Delta NCE\left(g-c-g\right)$ (đpcm)

b) $\begin{cases} MD \perp BC \\ NE \perp BC \end{cases} \Rightarrow MD \,//\, NE \Rightarrow \widehat{DMI} = \widehat{ENI}$ (hai góc so le trong)

$\Delta MBD = \Delta NCE\left(cmt\right) \Rightarrow MD = NE$ (hai cạnh tương ứng)

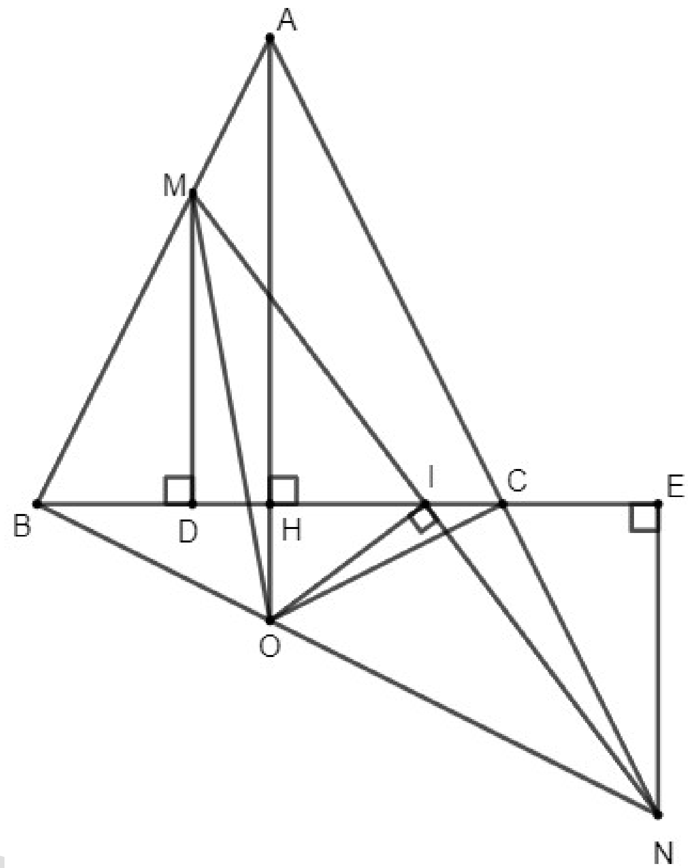
Xét ΔDMI và ΔENI có:

$MD = NE\left(cmt\right)$

$\widehat{DMI} = \widehat{ENI}\left(cmt\right)$

$\widehat{MDI} = \widehat{NEI}\left(=90^o\right)$

$\Rightarrow \Delta DMI = \Delta ENI\left(g-c-g\right) \Rightarrow MI = NI$ (hai cạnh tương ứng) (đpcm)



c) Hạ $AH \perp BC\left(H \in BC\right)$

ΔABC cân tại $A \Rightarrow AB = AC$

Xét ΔHAB và ΔHAC có:

$AB = AC\left(cmt\right)$

$\widehat{ABH} = \widehat{ACH}\left(cmt\right)$

$\widehat{AHB} = \widehat{AHC}\left(= 90^o\right)$

$\Rightarrow \Delta HAB = \Delta HAC$ (cạnh huyền – góc nhọn)

$\Rightarrow \widehat{BAH} = \widehat{CAH}$ (hai góc tương ứng)

Gọi O là giao điểm của AH và đường thẳng vuông góc với MN tại I

Xét ΔABO và ΔACO có:

$AB = AC\left(cmt\right)$

$\widehat{BAO} = \widehat{CAO}\left(cmt\right)$

AO: cạnh chung

$\Rightarrow \Delta ABO = \Delta ACO\left(c-g-c\right)$

$\Rightarrow \widehat{ABO} = \widehat{ACO}$ (hai góc tương ứng) (1)

$BO = CO$ (hai cạnh tương ứng)

Xét ΔOIM và ΔOIN có:

$\widehat{OIM} = \widehat{OIN}\left(= 90^o\right)$

OI: cạnh chung

$IM = IN$ (chứng minh câu b)

$\Rightarrow \Delta OIM = \Delta OIN\left(c-g-c\right)$

$\Rightarrow OM = ON$ (hai cạnh tương ứng)

$\Delta MBD = \Delta NCE\left(cmt\right) \Rightarrow MB = NC$ (hai cạnh tương ứng)

Xét ΔBMO và ΔCNO có:

$BO = CO\left(cmt\right)$

$MB = NC\left(cmt\right)$

$OM = ON\left(cmt\right)$

$\Rightarrow \Delta BMO = \Delta CNO\left(c-c-c\right)$

$\Rightarrow \widehat{ABO} = \widehat{NCO}$ (hai góc tương ứng) (2)

Từ (1) và $(2) \Rightarrow \widehat{ACO} = \widehat{NCO}$

Mà hai góc này ở vị trí kề bù $\Rightarrow \widehat{ACO} = \widehat{NCO} = 90^o \Rightarrow \widehat{ABO} = 90^o$

$\Rightarrow \begin{cases} OB \perp AB \\ OC \perp AC \end{cases} \Rightarrow O$ cố định (vì A, B, C cố định) $\Rightarrow$ đpcm