

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7

SỐ CHÍNH PHƯƠNG (tiếp)

Tài liệu lớp học Zoom 7M1 - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 3

Họ và tên: Ngày học:

A. Lí thuyết cần nhớ

- + Số chính phương là bình phương của một số tự nhiên.
 - + Chữ số tận cùng của số chính phương: 0, 1, 4, 5, 6, 9.
 - Nên những số có tận cùng 2, 3, 7, 8 không là số chính phương
 - Nếu số CP có tận cùng là 0 thì chữ số hàng chục là 0.
 - Nếu số CP có tận cùng là 5 thì chữ số hàng chục là 2.
 - Nếu số CP có tận cùng là 6 thì chữ số hàng chục là lẻ.
 - Nếu số CP có tận cùng là 1, 4, hoặc 9 thì chữ số hàng chục là chữ số chẵn.
 - + Số CP khi chia cho 3 chỉ có thể có các số dư: 0, 1
 - + Số CP khi chia cho 4 chỉ có thể có các số dư: 0, 1
 - + Số CP khi chia cho 5 chỉ có thể có các số dư: 0, 1, 4
 - + Số CP khi chia cho 8 chỉ có thể có các số dư: 0, 1, 4.
 - + Nếu số CP A chia hết cho số nguyên tố p thì A chia hết cho p^2 .
 - + Nếu hai số tự nhiên a, b nguyên tố cùng nhau có tích là một số chính phương thì mỗi số a, b đều phải là số CP.
 - + Nếu tích hai số a và b là một số chính phương thì các số a, b có dạng $a = mp^2; b = mq^2$.
- Suy ra nếu A chia hết cho số nguyên tố p mà không chia hết cho p^2 thì A không là số chính phương.
- + Giữa hai số chính phương liên tiếp không có số chính phương nào.
 - + Nếu phân tích một số chính phương thành các thừa số nguyên tố thì tất cả các số mũ đều chẵn.
 - + PP chứng minh một số là số CP: Chỉ ra tồn tại số n sao cho $A = n^2$
 - + PP chứng minh một số không là số CP:
 - Sử dụng chữ số tận cùng
 - Sử dụng tính chất chia hết
 - Phương pháp kẹp: Chỉ ra $n^2 < A < (n+1)^2$

B. Bài tập

Câu 1. Chứng minh rằng tổng các số có 3 chữ số $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$ không là số chính phương.

Câu 2. a) Cho 4 chữ số 0; 2; 3; 4. Tìm số chính phương có 4 chữ số gồm cả 4 chữ số trên.

b) Tìm số chính phương có 4 chữ số được lập từ các chữ số sau 3, 6, 8, 8.

Câu 3. Chứng minh rằng tổng bình phương của hai số lẻ bất kì không phải là một số chính phương.

Câu 4. Cho 3 số tự nhiên a, b, c sao cho $ab + bc + ca = 177$.

Chứng minh rằng $(a^2 + 177)(b^2 + 177)(c^2 + 177)$ là một số chính phương.

Câu 5. Cho $a = \underbrace{11\dots1}_{2n \text{ cs } 1}, b = \underbrace{22\dots2}_{n \text{ cs } 2}$. Chứng minh rằng $a - b$ là một số chính phương.

Câu 6. Chứng minh rằng số $2012^{4n} + 2013^{4n} + 2014^{4n} + 2015^{4n}$ không phải một số chính phương.

Câu 7. Tìm số tự nhiên n sao cho $n + 500$ và $n + 547$ là các số chính phương.

Câu 8. Tìm số tự nhiên A , biết rằng trong 3 mệnh đề sau có hai mệnh đề đúng và một mệnh đề sai:

- a) $A + 51$ là số chính phương
- b) Chữ số tận cùng bên phải của A là số 1.
- c) $A - 38$ là số chính phương.

Câu 9. Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất khác 0 sao cho các số $n + 1, 2n + 1, 5n + 1$ đều là các số chính phương.

Câu 10. Tìm tất cả các số tự nhiên biết rằng nếu đổi chỗ 2 chữ số tận cùng của bình phương số đó, ta được số mới là bình phương của số tự nhiên liền ngay sau đó.

Câu 11. Tìm $3 \leq a \in \mathbb{N}$ sao cho $\overline{a(a-1)^2} = \overline{(a-2)aa(a-1)}$

Câu 12. Tìm các số tự nhiên n sao cho $2^n + 3^n + 4^n$ là số chính phương.

Giáo viên: Trần Ngọc Hà

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7

ĐIỂM CỐ ĐỊNH

Tài liệu lớp học Zoom 7M1 - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 3

Họ và tên: Ngày học:

Câu 1. Cho góc vuông mOn và điểm A nằm trong góc. Một góc vuông xAy quay quanh A , các cạnh của nó cắt Om , On tại P và Q . Chứng minh rằng trung điểm M của PQ nằm trên một đường thẳng cố định.

Câu 2. Cho tam giác ABC . Các điểm D và E lần lượt chuyển động trên các cạnh AB và AC sao cho $AD = CE$.

a) Gọi giao điểm của đường trung trực DE với tia phân giác trong góc A là M . Chứng minh rằng $AM = MC$

b) Chứng minh rằng đường trung trực của đoạn thẳng DE đi qua một điểm cố định.

Câu 3. Cho điểm C thay đổi trên một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AB cố định (C nằm ngoài đường thẳng AB). Dựng các tam giác vuông cân ACA' ; BCB' ra ngoài tam giác ABC ($\widehat{A'AC} = \widehat{CBB'} = 1v$).

a) Kẻ $A'F$ và $B'G$ vuông góc với đường thẳng AB . Chứng minh rằng: $A'F + B'G = AB$

b) Chứng minh rằng đường thẳng $A'B'$ luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 4. Cho đoạn thẳng AB cố định. Điểm M di động thỏa mãn $\widehat{AMB} = 120^\circ$. Chứng minh rằng tia phân giác của góc \widehat{AMB} luôn đi qua 1 điểm cố định khi M di động.

Câu 5. Cho tam giác ABC vuông cân tại điểm A . Lấy D bất kì trên BC . H và I là hình chiếu của B và C xuống đường thẳng AD . Chứng minh khi D di chuyển trên BC thì phân giác góc HIC luôn đi qua 1 điểm cố định.

Câu 6. Cho góc xAy (khác góc bẹt), Az là tia phân giác của góc xAy , B là điểm cố định trên Ax , C là điểm chuyển động trên đoạn AB , D là điểm chuyển động trên tia Ay sao cho $AD = BC$. Chứng minh rằng đường trung trực của CD luôn đi qua một điểm cố định khi C và D chuyển động.

Câu 7. Cho tam giác ABC cân tại A . Trên cạnh BC lấy điểm D , trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $CE = BD$. Đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ D cắt AB tại M . Đường vuông góc với BE tại E cắt AC tại N .

a. CMR: $\triangle MBD = \triangle NCE$

b. Cạnh BC cắt MN tại I . CMR: $MI = IN$.

c. Chứng minh đường thẳng vuông góc với MN tại I luôn đi qua 1 điểm cố định khi D thay đổi trên đoạn BC .

Giáo viên: Trần Tuấn Việt