

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Tài liệu lớp học Zoom 7M1 - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 3

Họ và tên: Ngày học:

Ca 1

Câu 5. Tìm 3 số lẻ liên tiếp có tổng bình phương là một số có 4 chữ số giống nhau.

HD:

Gọi 3 số lẻ liên tiếp là $2n-1; 2n+1; 2n+3 (n \in \mathbb{N}; n \geq 2)$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } A &= (2n-1)^2 + (2n+1)^2 + (2n+3)^2 \\ &= 4n^2 - 4n + 1 + 4n^2 + 4n + 1 + 4n^2 + 12n + 9 \\ &= 12n^2 + 12n + 11 = \overline{aaaa} = 1111a \quad (a \neq 2; 1 \leq a \leq 9) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 1111a - 11 = 12n^2 + 12n$$

$$\Rightarrow 11(101a - 1) = 12n(n+1)$$

$$\Rightarrow 11(101a - 1) : 3 \Rightarrow 101a - 1 : 3$$

$$\Rightarrow 99a + 2a - 1 : 3 \Rightarrow 2a - 1 : 3$$

$$\text{Mà } 1 \leq 2a - 1 \leq 17 \text{ và } 2a - 1 \neq 2$$

$$\Rightarrow 2a - 1 \in \{3; 9; 15\} \Rightarrow a \in \{2; 5; 8\}$$

$$\text{Mà } a \neq 2 \Rightarrow a = 5 \Rightarrow n = 21$$

Khi đó ba số cần tìm là 41; 43; 45

Câu 7. Tìm một số tự nhiên sao cho

b) Nếu thêm 51, hoặc bớt đi 38 ta đều được một số chính phương.

HD:

b) Gọi số cần tìm là $A (A \in \mathbb{N})$

Nếu thêm 51 hoặc bớt đi 38 ta đều được một số chính phương nên

$$A - 38 = k^2 \quad (k \in \mathbb{N}) \text{ và } A + 51 = t^2 \quad (t \in \mathbb{N})$$

$$\Rightarrow t^2 - k^2 = 89 \Rightarrow (t - k)(t + k) = 89$$

$$\begin{cases} t - k = 1 \\ t + k = 89 \end{cases} \Rightarrow k + 1 + k = 89 \Rightarrow k = 44; t = 45$$

$$\Rightarrow A = 1974$$

Ca 2

Câu 5: Cho tam giác ABC, trung tuyến BD. Trên tia đối của tia DB lấy E: $DE=BD$. Gọi M, N là trung điểm BC, CE. Gọi I, K là giao AM, AN với BE. Chứng minh: $BI=IK=KE$

HD:

Vì M là trung điểm BC nên AM là trung tuyến $\triangle ABC$

Mà AM cắt BD tại I

$\Rightarrow I$ là trọng tâm $\triangle ABC$

$\Rightarrow BI = \frac{2}{3}BD; ID = \frac{1}{3}BD$ (tính chất đường trung tuyến)

$\triangle AEC$ có D, N lần lượt là trung điểm AC, CE

$\Rightarrow AN, DE$ là trung tuyến $\triangle AEC$

Mà AN cắt DE tại K

$\Rightarrow K$ là trọng tâm $\triangle AEC$

$\Rightarrow EK = \frac{2}{3}ED; DK = \frac{1}{3}ED$ (tính chất đường trung tuyến)

$\Rightarrow IK = ID + DK = \frac{1}{3}BD + \frac{1}{3}ED$

Mặt khác $BD = DE \Rightarrow IK = \frac{2}{3}BD$

$\Rightarrow BI = IK = KE \left(= \frac{2}{3}BD \right)$ (đpcm)

