BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Tài liệu lớp học Zoom 7M1 – 18h00 – 21h15 – Tối thứ 3

Họ và tên: ....Ngày học: ....

ĐẠI SỐ

Câu 9. Cho đa thức một biến $f(x) = ax^2 + bx + c$. Biết $5a + b = 0$, hỏi tích $f(8).f(-3)$ có thể là số âm không? Vì sao?

HD:

$f(8) = 64a + 8b + c = 24a + 8(5a + b) + c = 24a + c$

$f(-3) = 9a - 3b + c = 9a + 15a - 15a - 3b + c = 24a - 3(5a + b) + c = 24a + c$

$f(8) \cdot g(-3) = (24a + c)^2 \geqslant 0 \quad \forall a, b \in \mathbb{R}$

$\to$ Không thể là số âm

Câu 11. Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$. Biết $f(0); f(1); f(2)$ đều nhận các giá trị nguyên. Chứng minh rằng 2a, 2b là các số nguyên.

HD:

$f(0) = c,\ f(1) = a + b + c,\ f(2) = 4a + 2b + c$

Do $f(0), f(1), f(2)$ nguyên $\Rightarrow c, a + b + c$ và $4a + 2b + c$ nguyên

$\to a + b$ và $4a + 2b - 2(a + b) + 2a - 4(a + b) - 2b$ nguyên $\to 2a, 2b$ nguyên

Câu 15. Cho $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ trong đó $a, b, c, d \in Z$ và thỏa mãn $b = 3a + c$ Chứng minh rằng $f(1).f(-2)$ là bình phương của một số nguyên.

HD:

Ta có:

$f(1) = a \cdot 1^3 + b \cdot 1^2 + c \cdot 1 + d = a + b + c + d$

$f(-2) = a \cdot (-2)^3 + b \cdot (-2)^2 + c \cdot (-2) + d = -8a + 4b - 2c + d$

Xét $f(1) - f(-2) = (a + b + c + d) - (-8a + 4b - 2c + d) = 3(3a - b + c)$

Mà $b = 3a + c$ với $a, b, c, d \in Z$

Nên $f(1) - f(-2) = 3(b - b) = 0$

Suy ra $f(1) = f(-2)$

Do đó $f(1) \cdot f(-2) = [f(1)]^2 = (a + b + c + d)^2$.

Mà $a, b, c, d \in Z$ vậy $f(1) \cdot f(-2)$ là bình phương của một số nguyên.

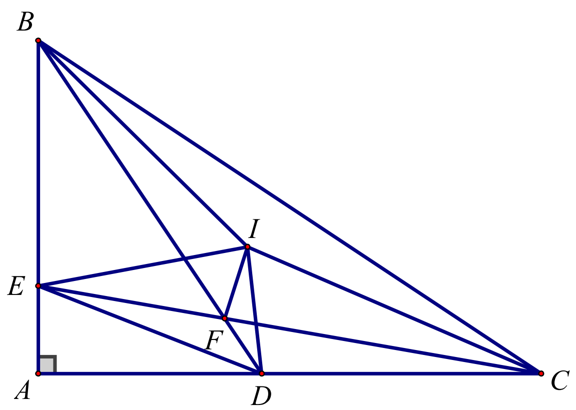
HÌNH HỌC

Câu 10: Cho tam giác ABC vuông tại A. Trên AC lấy D: $\widehat{ABC}=3\widehat{ABD}$, trên AB lấy E: $\widehat{ACB}=3\widehat{ACE}$. Gọi F là giao BD và CE. I là giao điểm các tia phân giác của tam giác BFC.

a) Tính $\widehat{BFC}$

b) Chứng minh ΔIDE đều

HD:



a)Vì $\widehat{ABD}=\frac{1}{3}\hat{B}$; $\widehat{ACE}=\frac{1}{3}\hat{C}$

Nên $\widehat{FBC}=\frac{2}{3}\hat{B}$; $\widehat{FCB}=\frac{2}{3}\hat{C}$

Do đó: $\widehat{BFC}=180^\circ-(\widehat{FBC}+\widehat{FCB})=180^\circ-\frac{2}{3}(\hat{B}+\hat{C})=180^\circ-\frac{2}{3}\cdot 90^\circ=120^\circ$

b). Vì $\widehat{BFC}=120^\circ$ nên $\widehat{EFB}=60^\circ$; $\widehat{DFC}=60^\circ$, $\widehat{EFD}=120^\circ$

FI là phân giá $\widehat{BFC}$

$\Rightarrow$ $\widehat{IFB}=\widehat{IFC}=60^\circ$

Nên $\widehat{IFE}=\widehat{IFD}=120^\circ$

Ta có: $\triangle BEF=\triangle BIF(g-c-g)$ $\Rightarrow FE=FI$.

$\triangle CDF=\triangle CIF(g,-c-g)\Rightarrow FI=FD$.

Vậy $FE=FD=FI$.

Do đó: $\triangle FID=\triangle FIE(c-g-c)\Rightarrow ID=IE$

$\triangle FID=\triangle FDE(c-g-c).\Rightarrow ID=DE$.

Vậy $ID=IE=ED$

$\Rightarrow\Delta IDE$ đều .