

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7

ĐA THỨC MỘT BIẾN

Tài liệu lớp học Zoom 7M1 - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 3

Họ và tên: Ngày học:

Câu 1. Cho đa thức $f(x) = (x^{100} - x^{99} + x^2)^{1000}$

a) Tính tổng các hệ số bậc chẵn của đa thức $f(x)$ sau khi rút gọn.

b) Tính tổng các hệ số bậc lẻ của $f(x)$ sau rút gọn.

Câu 2. Tính giá trị của đa thức: $A(x) = x + x^2 + x^3 + \dots + x^{2020} + x^{2021}$ tại $x = \frac{1}{2}$.

Câu 3. Cho $f(x) = x^{100} - 101x^{99} + 101x^{98} - 101x^{97} + \dots + 101x^2 - 101x + 125$

Tính $f(100)$.

Câu 4. Cho $f(x) = x^{2024} - 151x^{2023} + 151x^{2022} - \dots + 151x^2 - 100x + 2023$, tính $f(150)$.

Câu 5. Cho $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, a \in \mathbb{Z}^+$. Biết $f(5) - f(4) = 2012$.

Chứng minh rằng $f(7) - f(2)$ là hợp số.

Câu 6. Cho $f(x) = ax^3 + 2bx^2 + 3cx + 4d$ với các hệ số a, b, c, d là các số nguyên. Chứng minh rằng không thể đồng thời tồn tại $f(7) = 73$ và $f(3) = 58$.

Câu 7. Cho $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ trong đó $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ và thỏa mãn $b = 3a + c$. Chứng minh rằng $f(1), f(-2)$ là bình phương của một số nguyên.

Câu 8. Cho $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ trong đó $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ và thỏa mãn $b = 3a + c$. Chứng minh rằng $f(1), f(-2)$ là bình phương của một số nguyên.

Câu 9. Cho đa thức một biến $f(x) = ax^2 + bx + c$. Biết $5a + b = 0$, hỏi tích $f(8) \cdot f(-3)$ có thể là số âm không? Vì sao?

Câu 10. Chứng minh rằng nếu đa thức $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có giá trị nguyên với mọi x nguyên thì $6a$ và $2b$ là các số nguyên.

Câu 11. Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$. Biết $f(0); f(1); f(2)$ đều nhận các giá trị nguyên. Chứng minh rằng $2a, 2b$ là các số nguyên.

Câu 12. Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ với các hệ số $a, b, c: 13a + b + 2c = 0$. Chứng minh rằng $f(-2) \cdot f(3) \leq 0$.

Câu 13. Cho đa thức một biến $f(x) = ax^2 + bx + c$. Biết $5a + b = 0$, hỏi tích $f(8) \cdot f(-3)$ có thể là số âm không? Vì sao?

Câu 14. Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các hằng số. Biết $f(0), f(1), f(-1), f\left(-\frac{1}{2}\right)$ là các số nguyên. Chứng minh rằng a, b, c là các số nguyên.

Câu 15. Cho $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ trong đó $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ và thỏa mãn $b = 3a + c$. Chứng minh rằng $f(1), f(-2)$ là bình phương của một số nguyên.

Câu 16. Cho đa thức bậc hai $f(x)$ với các hệ số nguyên. Giả sử khi x nguyên, $f(x)$ chia hết cho 3. Chứng minh rằng các hệ số của $f(x)$ chia hết cho 3.

Câu 17. Cho đa thức $f(x)$ bậc 4, với các hệ số nguyên. Biết $f(x)$ chia hết cho 7 với mọi số nguyên x . Chứng minh các hệ số của $f(x)$ đều chia hết cho 7.

Giáo viên: Trần Ngọc Hà

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7
TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG PHÂN GIÁC
Tài liệu lớp học Zoom 7M1 - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 3

Họ và tên: Ngày học:

Câu 1: Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = 4$, $AC = 3$. Phân giác góc B và C cắt nhau tại O. Vẽ $OE \perp AB, OF \perp AC$.

- Chứng minh $AB + AC - BC = 2AE$
- Tính khoảng cách từ O đến AB, OA, OB, OC

Câu 2: Cho tam giác ABC, $E \in AC$. Kẻ $ED \parallel AB$, $EF \parallel BC$. Biết $AE = BF$. $D \in BC, F \in AB$. Chứng minh D cách đều AB và AC

Câu 3: Cho $\triangle ABC$ vuông cân tại A. M là trung điểm BC. $D \in MC$. H là hình chiếu của B trên AD. Chứng minh HM là phân giác \widehat{BHD}

Câu 4: Cho $\triangle ABC$, I là giao điểm các đường phân giác. H là chân vuông góc từ B đến AI. Chứng minh: $\widehat{IBH} = \widehat{ICA}$

Câu 5: Cho $\triangle ABC$ có $AH \perp BC, \widehat{BAH} = 2\widehat{C}$. Phân giác góc B cắt AC tại E.

- Tia phân giác \widehat{BAH} cắt BE tại I. Chứng minh $\triangle AIE$ vuông cân
- Chứng minh HE là phân giác \widehat{AHC}

Câu 6: Cho $\triangle ABC$, phân giác góc B và C cắt nhau tại O. Từ A vẽ đường thẳng vuông góc OA cắt BO, CO tại M và N. Chứng minh rằng:

$$BM \perp BN, CM \perp CN$$

Câu 7: Cho $\triangle ABC$, $\widehat{B} = 45^\circ$, đường cao AH. Phân giác BD. Cho biết $\widehat{BDA} = 45^\circ$. Chứng minh $HD \parallel AB$.

Câu 8: Cho tam giác ABC cân tại A. M là trung điểm BC. Kẻ MH vuông góc với AB. Gọi E là điểm thuộc AH. Trên AC lấy F sao cho $\widehat{AEF} = 2\widehat{EMH}$. Chứng minh FM là phân giác \widehat{EFC}

Câu 9: Cho tam giác ABC, $BC > CA > AB$. Gọi O là giao điểm của các tia phân giác góc ngoài tại B và C. I là hình chiếu của O trên AB. Cho biết $AI = 11$ cm. Tính chu vi tam giác ABC

Câu 10: Cho tam giác ABC vuông tại A. Trên AC lấy D: $\widehat{ABC} = 3\widehat{ABD}$, trên AB lấy E: $\widehat{ACB} = 3\widehat{ACE}$. Gọi F là giao BD và CE. I là giao điểm các tia phân giác của tam giác BFC.

- Tính \widehat{BFC}
- Chứng minh $\triangle IDE$ đều

Câu 11: Cho tam giác ABC vuông tại A, $\widehat{B} = \alpha$. Trên AC lấy E: $\widehat{EBA} = \frac{1}{3}\alpha$. Trên tia đối EB lấy D: DE = BC. Chứng minh $\triangle CED$ cân

Câu 12: Cho góc nhọn xOy. A thuộc tia phân giác \widehat{xOy} . B thuộc Ox sao cho $\widehat{OAB} = 45^\circ$. Kẻ BH vuông góc Oy.

a) Chứng minh HA là phân giác \widehat{BHy}

b) Tính \widehat{OHA}

Câu 13: Cho tam giác ABC có BC = 17, CA = 15, AB = 8. Ba phân giác cắt nhau tại O. Tính tổng các khoảng cách từ O đến 3 cạnh tam giác

Câu 14: Cho tam giác ABC, $\widehat{A} = 120^\circ$. Ba phân giác AA', BB', CC'. Chứng minh $A'B' \perp A'C'$

Ví dụ 14: Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Trên AC lấy E: AE = AH. Trên BC lấy F: BF = BA. Chứng minh rằng AF là phân giác \widehat{EAH} và HF = EF. So sánh HF và FC.

Câu 15: Cho tam giác ABC, đường cao AH, phân giác BD. Biết $\widehat{AHD} = 45^\circ$, tính \widehat{ADB}

Câu 16: Cho $\triangle ABC$, $\widehat{B} = 120^\circ$. Phân giác BD, CE. Đường thẳng chứa tia phân giác ngoài tại đỉnh A của $\triangle ABC$ cắt BC tại F. Chứng minh

a) $\widehat{ADF} = \widehat{BDF}$

b) D, E, F thẳng hàng

Giáo viên: Trần Tuấn Việt