

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Tài liệu lớp học Zoom 7M1 - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 3

Họ và tên: Ngày học:

Ca 1

Câu 11. Cho $2P(x) + P(3) = 4x^2$ với mọi giá trị của x . Tìm nghiệm của $P(x)$.

HD:

$$2P(x) + P(3) = 4x^2 \forall x$$

$$\Rightarrow 2P(3) + P(3) = 36 \Rightarrow P(3) = 12$$

$$\Rightarrow 2P(x) + 12 = 4x^2 \Rightarrow P(x) = 2x^2 - 6$$

$$P(x) = 0 \Rightarrow 2x^2 - 6 = 0 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

Nghiệm của $P(x)$ là $x = \pm\sqrt{3}$

Câu 12. Xác định quan hệ giữa các hệ số của đa thức: $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ để đa thức có hai nghiệm là 1 và -1 . Khi đó hãy tìm nghiệm còn lại.

HD:

Đa thức có hai nghiệm là 1 và -1

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b + c + d = 0 \\ -a + b - c + d = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b + d = 0 \\ a + c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = -a \\ d = -b \end{cases}$$

$$\Rightarrow P(x) = ax^3 + bx^2 - ax - b$$

$$P(x) = 0 \Rightarrow ax^3 + bx^2 - ax - b = 0$$

$$\Rightarrow ax(x^2 - 1) + b(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow (x - 1)(x + 1)(ax + b) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ ax + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ ax = -b \end{cases} \text{ (khi } a \neq 0 \text{ thì nghiệm còn lại của } P(x) \text{ là } x = -\frac{b}{a})$$

Ca 2

Bài 13. Cho tam giác ABC, $\widehat{A} = 110^\circ$. Trung trực AB, AC cắt BC tại E, F. Tính \widehat{EAF}

HD:

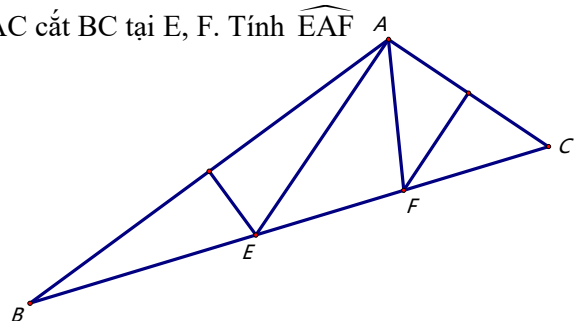
$$\Delta ABC \text{ có } \widehat{A} = 110^\circ \Rightarrow \widehat{B} + \widehat{C} = 70^\circ$$

$$F \text{ thuộc đường trung trực của } AC \Rightarrow FA = FC$$

$$\Rightarrow \Delta FAC \text{ cân tại } F \Rightarrow \widehat{FAC} = \widehat{C}$$

$$\widehat{AFE} \text{ là góc ngoài } \Delta FAC \Rightarrow \widehat{AFE} = 2\widehat{C}$$

$$E \text{ thuộc đường trung trực của } AB \Rightarrow EA = EB$$



$$\Rightarrow \triangle EAB \text{ cân tại } E \Rightarrow \widehat{EAB} = \widehat{B}$$

$$\widehat{AEF} \text{ là góc ngoài } \triangle EAB \Rightarrow \widehat{AEF} = 2\widehat{B}$$

$$\triangle AEF \text{ có: } \widehat{EAF} = 180^\circ - \widehat{AEF} - \widehat{AFE} = 180^\circ - 2\widehat{B} - 2\widehat{C} = 180^\circ - 2(\widehat{B} + \widehat{C}) = 40^\circ$$

Bài 15. Cho tam giác ABC, $\widehat{B} = 75^\circ, \widehat{C} = 60^\circ$. Vẽ trung trực d của BC, d cắt BC tại M. Lấy O thuộc d và thuộc nửa mặt phẳng bờ BC chứa A sao cho $MO = MB$. Chứng minh rằng

a) $\widehat{BAC} = \widehat{ABO} + \widehat{ACO}$

b) $OA = OB = OC$

HD:

a) $\triangle ABC$ có $\widehat{B} = 75^\circ; \widehat{C} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{BAC} = 45^\circ$

Trung trực d của BC cắt BC tại M

$$\Rightarrow M \text{ là trung điểm } BC$$

$$\Rightarrow MC = MB \Rightarrow MC = MB = MO$$

$\Rightarrow \triangle BOC$ là tam giác vuông cân tại O

$$\Rightarrow \widehat{OCB} + \widehat{OBC} = 90^\circ$$

Ta có: $\widehat{ACB} + \widehat{ABC} = 75^\circ + 60^\circ = 135^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{ACO} + \widehat{OCB} + \widehat{ABO} + \widehat{OBC} = 135^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{ABO} + \widehat{ACO} + 90^\circ = 135^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{ABO} + \widehat{ACO} = 45^\circ = \widehat{BAC} \text{ (đpcm)}$$

b) $\triangle BOC$ vuông cân tại O $\Rightarrow \begin{cases} OB = OC \\ \widehat{OBC} = \widehat{OCB} = 45^\circ \end{cases}$

- Nếu $OA > OB \Rightarrow \widehat{OBA} > \widehat{OAB} \Rightarrow \widehat{OAB} < \widehat{ABC} - \widehat{OBC}$

$$\Rightarrow \widehat{OAB} < 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ$$

Khi đó $OA > OC \Rightarrow \widehat{ACO} > \widehat{OAC} \Rightarrow \widehat{OAC} < \widehat{ACB} - \widehat{OCB}$

$$\Rightarrow \widehat{OAC} < 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{OAB} + \widehat{OAC} < 30^\circ + 15^\circ = 45^\circ \text{ (vô lý)}$$

- Nếu $OA < OB \Rightarrow \widehat{OBA} < \widehat{OAB} \Rightarrow \widehat{OAB} > \widehat{ABC} - \widehat{OBC}$

$$\Rightarrow \widehat{OAB} > 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ$$

Khi đó $OA < OC \Rightarrow \widehat{ACO} < \widehat{OAC} \Rightarrow \widehat{OAC} > \widehat{ACB} - \widehat{OCB}$

$$\Rightarrow \widehat{OAC} > 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{OAB} + \widehat{OAC} > 30^\circ + 15^\circ = 45^\circ \text{ (vô lý)}$$

Vậy $OA = OB \Rightarrow OA = OB = OC$ (đpcm)

