

**BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7**  
**NGHIỆM CỦA ĐA THỨC MỘT BIẾN - LUYỆN ĐỀ THI HSG**  
**Tài liệu lớp học Zoom 7M1 - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 3**

Họ và tên: .....Ngày học: .....

**NGHIỆM CỦA ĐA THỨC MỘT BIẾN**

**Câu 1.** Cho đa thức  $g(x) = ax^2 + bx - 2$ . Tìm a và b biết  $x = -1$  và  $x = 2$  là hai nghiệm của  $g(x)$ .

**Câu 2.** Cho đa thức  $P(x) = ax^2 + bx + c$ . Biết  $P(0) = 7; P(-1) = 13$  và  $P(2) = 1$ . Tìm nghiệm của  $P(x)$ .

**Câu 3.** Xác định quan hệ giữa các hệ số của đa thức:  $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  để đa thức có hai nghiệm là 2 và -2. Khi đó hãy tìm nghiệm còn lại.

**Câu 4.** Cho  $P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0, a_i \in \mathbb{Z}, i = \overline{1, n}$ . Chứng minh rằng:

a) Đa thức  $P_n(x)$  có nghiệm nguyên thì nghiệm là ước của  $a_0$

b) Đa thức  $P_n(x)$  có nghiệm hữu tỉ tối giản thì tử số là ước của  $a_0$ , mẫu là ước của  $a_n$

**Câu 5.** Chứng minh rằng đa thức  $f(x) = -4x^4 + 3x^3 - 2x^2 + x - 1$  không có nghiệm nguyên.

**Câu 6.** Cho đa thức  $F(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2020$  với các hệ số  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Biết rằng  $F(x)$  có một nghiệm là số nguyên lớn hơn 100 và nhỏ hơn 200. Tìm nghiệm nguyên đó.

**Câu 7.** Cho đa thức  $P(x)$  biết rằng:  $(x^2 - 1)P(x) = (x + 2)P(x - 2)$ .

Chứng minh rằng đa thức  $P(x)$  có ít nhất 3 nghiệm phân biệt.

**Câu 8.** Đa thức  $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  với  $P(0)$  và  $P(1)$  là số lẻ. Chứng minh rằng:  $P(x)$  không thể có nghiệm là số nguyên.

**Câu 9.** Cho  $P(x) + 3P(2) = 5x^2$  với mọi giá trị của  $x$ . Tìm nghiệm của  $P(x)$ .

**Câu 10.** Chứng minh rằng đa thức  $f(x) = x^3 - 1$  có duy nhất một nghiệm là  $x = 1$ .

**Câu 11.** Cho  $2P(x) + P(3) = 4x^2$  với mọi giá trị của  $x$ . Tìm nghiệm của  $P(x)$ .

**Câu 12.** Xác định quan hệ giữa các hệ số của đa thức:  $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  để đa thức có hai nghiệm là 1 và -1. Khi đó hãy tìm nghiệm còn lại.

**Câu 13.** Biết  $f(x) = ax + b$  và  $g(x) = bx + a$  ( $a, b \neq 0$ ). Nếu 2022 là nghiệm của  $f(x)$  thì nghiệm của  $g(x)$  là gì?

**Câu 14.** Giả sử  $x_1, x_2$  là 2 nghiệm phân biệt của đa thức  $P(x) = ax^2 + bx + c$  trong đó  $a \neq 0, c \neq 0$ . Hãy tìm nghiệm của đa thức  $Q(x) = cx^2 + bx + a$  theo  $x_1, x_2$ .

LUYỆN ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI

Câu 1.

a) Tính giá trị các biểu thức:  $A = \frac{\left(\frac{-5}{7} - \frac{7}{9} + \frac{9}{11} - \frac{11}{13}\right)\left(3 - \frac{3}{4}\right)}{\left(\frac{10}{21} + \frac{14}{27} - \frac{6}{11} + \frac{22}{39}\right) : \left(2 - \frac{2}{3}\right)}$

$$B = \frac{2^{12} \cdot 13 + 2^{12} \cdot 65}{2^{10} \cdot 104} + \frac{3^{10} \cdot 11 + 3^{10} \cdot 5}{3^9 \cdot 2^4}.$$

b) Tìm các số nguyên  $x$ , biết:  $4\frac{5}{9} : 2\frac{5}{18} - 7 < x < \left(3\frac{1}{5} : 3, 2 + 4, 5, 1\frac{31}{45}\right) : \left(-21\frac{1}{2}\right)$

Câu 2.

a) Cho  $x = by + cz; y = ax + cz; z = ax + by$  và  $x + y + z \neq 0, a, b, c \neq -1$

Tính giá trị biểu thức :  $Q = \frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c}$

b) Chứng tỏ rằng biểu thức  $A = \left|2x^4 + 3x^2 + 1\right| - \left|-2x^4 - 2x^2 - 1\right|$  luôn nhận giá trị không âm.

Câu 3. Một cửa hàng có ba cuộn vải, tổng chiều dài là 186m. Giá tiền của mỗi m vải của ba cuộn là như nhau, sau khi bán được 1 ngày cửa hàng còn lại  $\frac{2}{3}$  cuộn vải thứ nhất,  $\frac{1}{3}$  cuộn vải thứ hai,  $\frac{3}{5}$  cuộn vải thứ ba. Biết số tiền bán được của cuộn vải thứ nhất, thứ hai, thứ ba tỉ lệ với 2: 3: 2. Tính xem trong ngày đó của cửa hàng đã bán được bao nhiêu m vải của mỗi cuộn vải?

Câu 4. Cho tam giác ABC vuông tại A có  $\widehat{C} = \frac{1}{2}\widehat{B}$ . Kẻ AH vuông góc với BC tại H. Trên tia HC lấy điểm D sao cho HD = HB. Từ C kẻ đường thẳng CE vuông góc với đường thẳng HD.

a) Tam giác ABD là tam giác gì? Vì sao?

b) Chứng minh rằng AD = CD; DE = DH; HE // AC

c) Gọi K là giao điểm của AH và CE, chứng minh DK vuông góc AC và đi qua trung điểm AC.

Câu 5. Cho hai đa thức  $P(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots + x^{2009} + x^{2010}$

$$Q(x) = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \dots - x^{2009} + x^{2010}. \text{ Giả sử } P\left(\frac{1}{2}\right) + Q\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{a}{b} (a, b \in \mathbb{N}; b \neq 0); a, b \text{ là 2 số}$$

nguyên tố cùng nhau. Chứng minh  $a : 5$ .

Giáo viên: Trần Ngọc Hà

**BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7**  
**TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG TRUNG TRỰC**  
**Tài liệu lớp học Zoom 7M1 - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 3**

Họ và tên: .....Ngày học: .....

**Bài 1.** Cho tam giác đều ABC. Gọi M là điểm nằm giữa A và B. N là điểm nằm giữa B và C sao cho  $AM = BN$ . Chứng minh rằng khi M và N thay đổi trên các cạnh AB và AC thì đường trung trực của đoạn MN luôn luôn đi qua trọng tâm G của tam giác ABC.

**Bài 2.** Cho tam giác ABC ( $AB \neq AC$ ). Đường trung trực của đoạn thẳng BC cắt tia phân giác Ax của góc A tại P. Từ P kẻ PE, PF theo thứ tự vuông góc với AB và AC

- Chứng minh rằng  $BE = CF$
- Nối EF cắt BC tại M. Chứng minh rằng M là trung điểm của BC

**Bài 3.** Cho tam giác ABC, gọi I là giao điểm của các đường phân giác, O là giao điểm các đường trung trực. Tính các góc của tam giác ABC biết rằng BC là đường trung trực của OI.

**Bài 4.** Cho tam giác ABC nhọn. Một điểm P di động trên cạnh BC, vẽ các điểm M, N sao cho AB là đường trung trực của PM, AC là đường trung trực của PN. Tìm vị trí của điểm P sao cho MN có độ dài nhỏ nhất?

**Bài 5.** Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Tia phân giác của góc  $\widehat{HAB}$  cắt BC tại D, tia phân giác của góc  $\widehat{HAC}$  cắt BC tại E. Chứng minh rằng giao điểm các đường phân giác của tam giác ABC là giao điểm các đường trung trực của tam giác ADE.

**Bài 6.** Cho đoạn thẳng AB và trung trực d. M và A cùng thuộc nửa mặt phẳng bờ d. MB cắt d tại C.

- Chứng minh  $MA + MB > CA + CB$
- D thuộc d khác C. Chứng minh  $MC + AC < MD + AD$

**Bài 7.** Cho tam giác ABC vuông tại A. D, E thuộc BC:  $BD = BA$ ,  $CE = CA$

- Chứng minh giao điểm I các phân giác của tam giác ABC là giao trung trực tam giác ADE
- Tính  $\widehat{DIE}$

**Bài 8.** Cho A thuộc góc xOy nhọn. Tìm B thuộc Ox, C thuộc Oy sao cho chu vi tam giác ABC nhỏ nhất

**Bài 9.** Dựng tam giác ABC biết  $\widehat{B} = 60^\circ$ ,  $\widehat{C} = 40^\circ$  và chu vi tam giác là 8

**Bài 10.** Cho tam giác ABC không vuông. Trung trực AB, AC cắt nhau tại O, cắt BC tại M, N. Chứng minh rằng AO là phân giác góc MAN.

**Bài 11.** Cho tam giác ABC có  $AC > AB$ . Trên CA lấy E:  $CE = AB$ , trung trực BE và AC cắt nhau tại O. Chứng minh rằng:

- $\triangle AOB = \triangle COE$
- AO là phân giác của góc A

**Bài 12.** Cho tam giác ABC vuông tại A.  $AH \perp BC$ . Tia phân giác  $\widehat{HAB}$  cắt BC tại D. Phân giác  $\widehat{HAC}$  cắt BC tại E. Chứng minh rằng giao các phân giác của tam giác ABC là giao các trung trực của tam giác ADE.

**Bài 13.** Cho tam giác ABC,  $\widehat{A} = 110^\circ$ . Trung trực AB, AC cắt BC tại E, F. Tính  $\widehat{EAF}$

**Bài 14.** Cho tam giác ABC cân tại A,  $\widehat{A} = 40^\circ$ . Trung trực AB cắt BC tại D

a) Tính  $\widehat{CAD}$

b) Trên tia đối AD lấy M sao cho:  $AM = CD$ . Chứng minh rằng tam giác BMD cân

**Bài 15.** Cho tam giác ABC,  $\widehat{B} = 75^\circ, \widehat{C} = 60^\circ$ . Vẽ trung trực d của BC, d cắt BC tại M. Lấy O thuộc d và thuộc nửa mặt phẳng bờ BC chứa A sao cho  $MO = MB$ . Chứng minh rằng

a)  $\widehat{BAC} = \widehat{ABO} + \widehat{ACO}$

b)  $OA = OB = OC$

**Bài 16.** Cho  $\triangle ABC, \widehat{B} = 75^\circ, \widehat{C} = 45^\circ$ . Vẽ trung trực d của BC, d cắt BC tại M. E là điểm thuộc d và thuộc nửa mặt phẳng bờ BC chứa A:  $\widehat{EBC} = 30^\circ$

a)  $\widehat{BAC} = \widehat{ABE} + \widehat{ACE}$

b)  $\widehat{AEB} = 90^\circ$

**Bài 17.** Cho tam giác ABC cân tại A. Cạnh đáy nhỏ hơn cạnh bên. Trung trực AC cắt BC tại M. Trên tia đối AM lấy N:  $AN = BM$ .

a)  $\triangle CMN$  là tam giác gì

b)  $\triangle ABC$  cần có điều kiện gì để  $CM \perp CN$

**Bài 18.** Cho tam giác ABC. Trên tia BA lấy M, CA lấy N:  $BM + CN = BC$ . Chứng minh rằng trung trực MN luôn qua điểm cố định

**Bài 19.** Cho tam giác nhọn ABC. Trên trung trực AB, AC, BC kẻ từ trung điểm I, K, L của các cạnh này và ở ngoài tam giác ABC lấy M, N, P:  $IM = \frac{AB}{2}, KN = \frac{AC}{2}, LP = \frac{BC}{2}$ . Chứng minh rằng:

a)  $IN \perp IP, \triangle AIP = \triangle MIN$

b)  $AP \perp MN$

**Bài 20.** Cho tam giác ABC, phân giác AD.  $E, F \in AD: \widehat{ABE} = \widehat{CBF}$ .

Chứng minh rằng:  $\widehat{ACE} = \widehat{BCF}$

**Giáo viên: Trần Tuấn Việt**