

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Tài liệu lớp học Zoom 7M1 - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 3

Họ và tên:Ngày học:

CA 1

Câu 1.

a. Tìm các giá trị nguyên của n để phân số $M = \frac{3n-1}{n-1}$ có giá trị là số nguyên.

b. Tính giá trị của biểu thức: $N = xyz^2z^3 + x^2y^3z^4 + x^3y^4z^5 + \dots + x^{2022}y^{2023}z^{2024}$ tại: $x = -1; y = -1; z = -1$.

HD:

a)

$$M = \frac{3n-1}{n-1} \text{ có giá trị là số nguyên} \Rightarrow 3n-1 : n-1$$

$$\Rightarrow 3(n-1) + 2 : n-1 \Rightarrow 2 : n-1 \Rightarrow n-1 \in U(2) = \{-1; 1; -2; 2\}$$

Ta có bảng

$n-1$	-1	1	-2	2
n	0	2	-1	3

Thử lại ta có $n \in \{0; 2; -1; 3\}$ thì M nhận giá trị nguyên.

b)

$$\text{Ta có : } N = xyz.yz^2 + x^2y^2z^2.yz^2 + x^3y^3z^3.yz^2 + \dots + x^{2014}y^{2014}z^{2014}.yz^2$$

Thay $y = 1; z = -1$ ta được:

$$N = -xyz - x^2y^2z^2 - x^3y^3z^3 - \dots - x^{2014}y^{2014}z^{2014} \\ = -(xyz) - (xyz)^2 - (xyz)^3 - \dots - (xyz)^{2014}.$$

Thay $xyz = -1$ được:

$$N = 1 - 1 + 1 - 1 + \dots + 1 - 1 = 0$$

Vậy $N=0$.

Câu 2. a. Cho dãy tỉ số bằng nhau $\frac{2bz-3cy}{a} = \frac{3cx-az}{2b} = \frac{ay-2bx}{3c}$. Chứng minh: $\frac{x}{a} = \frac{y}{2b} = \frac{z}{3c}$.

b. Tìm tất cả các số tự nhiên m, n sao cho: $2^m + 2023 = |n - 2024| + n - 2024$.

HD:

a)

$$\frac{2bz-3cy}{a} = \frac{3cx-az}{2b} = \frac{ay-2bx}{3c}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2abz-3acy}{a^2} = \frac{6bcx-2abz}{4b^2} = \frac{3acy-6bcx}{9c^2}$$

$$= \frac{2abz-3acy+6bcx-2abz+3acy-6bcx}{a^2+4b^2+9c^2} = 0$$

$$\Rightarrow 2bz - 3cy = 0 \Rightarrow \frac{z}{3c} = \frac{y}{2b} \quad (1)$$

$$\Rightarrow 3cx - az = 0 \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{z}{3c} \text{ (2)}; \text{ Từ (1) và (2) suy ra: } \frac{x}{a} = \frac{y}{2b} = \frac{z}{3c}$$

b)

Nhận xét:

- Với $x \geq 0$ thì $|x| + x = 2x$

- Với $x < 0$ thì $|x| + x = 0$.

Do đó $|x| + x$ luôn là số chẵn với $\forall x \in \mathbb{Z}$.

$$\Rightarrow |n - 2024| + n - 2024 : 2 \Rightarrow 2^m + 2023 : 2 \Rightarrow 2^m \not\vdots 2 \Rightarrow m = 0$$

$$\Rightarrow |n - 2024| + n - 2024 = 2024$$

- Nếu $n < 2024 \Rightarrow 2024 - n + n - 2024 = 2024 \Rightarrow 0 = 2024$ (VN)

- Nếu $n \geq 2024 \Rightarrow n - 2024 + n - 2024 = 2024 \Rightarrow n = 3036$

Vậy $(m; n) = (0; 3036)$

Câu 3.

a. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |x - 2022| + |x - 2023| + |x - 2024|$.

b. Cho bốn số nguyên dương khác nhau thỏa mãn tổng của hai số bất kì chia hết cho 2 và tổng của ba số bất kì chia hết cho 3. Tính giá trị nhỏ nhất của tổng bốn số này ?

HD:

a) Ta có: $P = |x - 2022| + |x - 2023| + |x - 2024|$

$$= |x - 2022| + |2024 - x| + |x - 2023|$$

$$\text{Mà } |x - 2022| + |2024 - x| \geq |x - 2022 + 2024 - x| = 2$$

$$\Rightarrow P \geq 2$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} (x - 2022)(2024 - x) \geq 0 \\ x - 2023 = 0 \end{cases} \Rightarrow x = 2023$$

Vậy $P_{\min} = 2$ khi $x = 2023$

b)

Nhận xét : Bốn số phải có cùng số dư khi chia cho 2 và 3. Để có tổng nhỏ nhất, mỗi trong hai số dư này là 1.

Từ đó ta có các số 1, 7, 13 và 19. Tổng của chúng là : $1 + 7 + 13 + 19 = 40$.

Câu 4.

Cho tam giác ABC cân tại A, BH vuông góc AC tại H. Trên cạnh BC lấy điểm M bất kì (khác B và C). Gọi D, E, F là chân đường vuông góc hạ từ M đến AB, AC, BH.

a) Chứng minh $\square DBM = \square FMB$.

b) Chứng minh khi M chạy trên cạnh BC thì tổng MD + ME có giá trị không đổi.

c) Trên tia đối của tia CA lấy điểm K sao cho CK = EH. Chứng minh BC đi qua trung điểm của DK.

HD:

a) Ta có: $\begin{cases} FM \perp BH \\ AC \perp BH \end{cases} \Rightarrow FM \parallel AC$

$\Rightarrow \angle FMB = \angle ACB$ (hai góc so le trong)

Mà $\angle ACB = \angle DBM$ (vì $\triangle ABC$ cân tại A) $\Rightarrow \angle FMB = \angle DBM$

Xét $\triangle DBM$ và $\triangle FMB$ có:

MB : cạnh chung

$\angle FMB = \angle DBM$ (chứng minh trên)

$\Rightarrow \triangle DBM = \triangle FMB$ (cạnh huyền – góc nhọn) (đpcm)

b)

Theo câu a ta có: $\triangle DBM = \triangle FMB$ (ch-gn) $\Rightarrow MD = BF$ (2 cạnh tương ứng)

(1)

+) Chứng minh: $\triangle MFH = \triangle HEM \Rightarrow ME = FH$ (2 cạnh tương ứng) (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $MD + ME = BF + FH = BH$

BH không đổi $\Rightarrow MD + ME$ không đổi (đpcm)

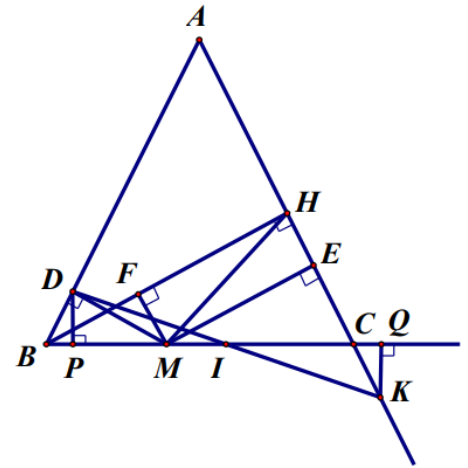
c)

Vẽ $DP \perp BC$ tại P , $KQ \perp BC$ tại Q , gọi I là giao điểm của DK và BC

+) Chứng minh: $BD = FM = EH = CK$

+) Chứng minh: $\triangle BDP = \triangle CKQ$ (ch-gn) $\Rightarrow DP = KQ$ (cạnh tương ứng)

+) Chứng minh: $\widehat{IDP} = \widehat{IKQ} \Rightarrow \triangle DPI = \triangle KQI$ (g-c-g) $\Rightarrow ID = IK$ (đpcm)



Câu 5. Có sáu túi lần lượt chứa 18,19,21,23,25 và 34 bóng. Một túi chỉ chứa bóng đỏ trong khi năm túi kia chỉ chứa bóng xanh. Bạn Toán lấy ba túi, bạn Học lấy hai túi. Túi còn lại chứa bóng đỏ. Biết lúc này bạn Toán có số bóng xanh gấp đôi số bóng xanh của bạn Học. Tìm số bóng đỏ trong túi còn lại.

HD:

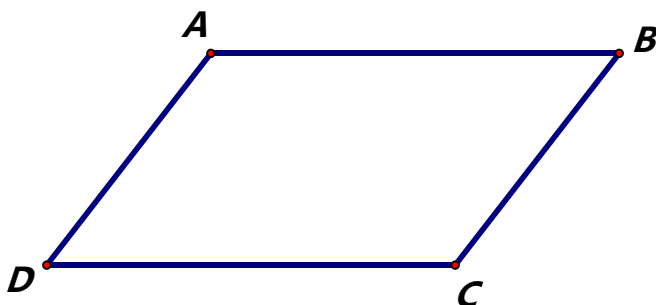
Tổng số bóng trong 6 túi là: $18+19+21+23+25+34=140$

Vì số bóng của Toán gấp hai lần số bóng của học nên tổng số bóng của hai bạn là bội của 3. Ta có: 140 chia 3 bằng 46 dư 2. Do đó số bóng đỏ cũng là số chia 3 dư 2.

Trong sáu số đã cho chỉ có 23 chia 3 dư 2, đó chính là số bóng đỏ trong túi còn lại. Từ đó ta tìm được số bóng của Toán là: $18+21=39$. Số bóng của học là: $19+25+34=78$.

CA 2

Câu 6: Cho hình vẽ biết $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$. Chứng minh $AB = CD$ và $AD = BC$.



HD:

Vì $AB \parallel CD$ nên $BAC = CDA$ (hai góc so le trong)

Vì $AD \parallel BC$ nên $DAC = ACB$ (hai góc so le trong)

Xét $\triangle ABC$ và $\triangle CDA$ có:

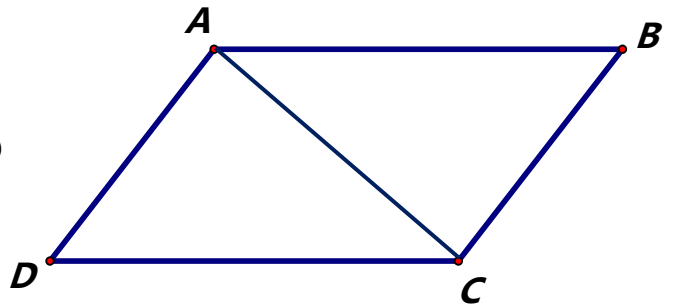
$BAC = DCA$ (chứng minh trên)

AC : cạnh chung

$ACB = DAC$ (chứng minh trên)

$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle CDA (g - c - g)$

$\Rightarrow AB = CD; BC = DA$ (các cặp cạnh tương ứng) (đpcm)



Câu 16: Cho tam giác ABC vuông tại A, M là trung điểm BC. Chứng minh rằng $AM = \frac{BC}{2}$

HD:

Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho

M là trung điểm của AD

Xét $\triangle AMB$ và $\triangle DMC$ có:

$MA = MD$

$AMB = CMD$ (hai góc đối đỉnh)

$MB = MC$ (vì M là trung điểm BC)

$\Rightarrow \triangle AMB = \triangle DMC (c - g - c)$

$\Rightarrow ABM = DCM$ (hai góc tương ứng)

$AB = CD$ (hai cạnh tương ứng)

Mà hai góc này ở vị trí so le trong $\Rightarrow AB \parallel CD$

$\Rightarrow DCA + BAC = 180^\circ$ (hai góc trong cùng phía) $\Rightarrow DCA = BAC = 90^\circ$ (vì $\triangle ABC$ vuông tại A)

Xét $\triangle ABC$ và $\triangle CDA$ có:

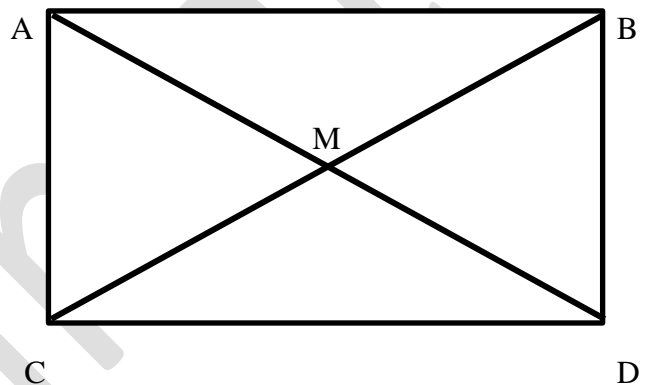
$BAC = DCA (= 90^\circ)$

$AB = CD$ (chứng minh trên)

AC : cạnh chung

$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle CDA$ (hai cạnh góc vuông)

$\Rightarrow BC = DA \Rightarrow \frac{1}{2} DA = \frac{1}{2} BC \Rightarrow MA = \frac{1}{2} BC$ (đpcm)



Megamath