

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7

ĐA THỨC MỘT BIẾN (tiếp)

Tài liệu lớp học Zoom 7M1 - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 3

Họ và tên: Ngày học:

Câu 1. Cho đa thức bậc hai $f(x)$ với các hệ số nguyên. Giả sử khi x nguyên, $f(x)$ chia hết cho 3.

Chứng minh rằng các hệ số của $f(x)$ chia hết cho 3.

Câu 2. Cho đa thức $f(x)$ bậc 4, với các hệ số nguyên. Biết $f(x)$ chia hết cho 7 với mọi số nguyên x .

Chứng minh các hệ số của $f(x)$ đều chia hết cho 7.

Câu 3. a) Đa thức $f(x) = ax + b (a \neq 0)$. Biết $f(0) = 0$. Chứng minh rằng $f(x) = -f(-x)$ với mọi x .

b) Đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$. Biết $f(1) = f(-1)$. Chứng minh rằng $f(x) = f(-x)$ với mọi x .

Câu 4. Cho $2P(x) + P(3) = 4x^2$ với mọi giá trị của x . Tìm nghiệm của $P(x)$.

Câu 5. Chứng minh đa thức sau thỏa mãn điều kiện

a) $(x-1)f(x) = (x+4)f(x-8)$ có ít nhất hai nghiệm.

b) $(x-5)P(x) = (x+2)P(x-3)$ có ít nhất hai nghiệm:

Câu 6. Đa thức $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $P(0)$ và $P(1)$ là số lẻ. Chứng minh rằng: $P(x)$ không thể có nghiệm là số nguyên.

Câu 7. Tìm tổng tất cả các nghiệm của đa thức:

$$F(x) = \left(x^2 - \frac{1}{100^2}\right) \dots \left(x^2 - \frac{1}{3^2}\right) \left(x^2 - \frac{1}{2^2}\right) (x^2 - 1)(x^2 - 2^2)(x^2 - 3^2) \dots (x^2 - 100^2).$$

Câu 8. Giả sử x_1, x_2 là 2 nghiệm phân biệt của đa thức $P(x) = ax^2 + bx + c$ trong đó $a \neq 0, c \neq 0$. Hãy tìm nghiệm của đa thức $Q(x) = cx^2 + bx + a$ theo x_1, x_2 .

Câu 9. Chứng minh các đa thức sau vô nghiệm

a) $f(x) = x^6 + x^2 + |x-3| + 1$ b) $g(x) = -x^2 - |x+5| - 1$

c) $x^2 + 2x + 2$ d) $x^2 + 4x + 7$ e) $x^2 + 5x + 10$

CHỮA ĐỀ HỌC SINH GIỎI

Câu 1. a) Tính giá trị các biểu thức: $A = \frac{\left(\frac{-5}{7} - \frac{7}{9} + \frac{9}{11} - \frac{11}{13}\right) \left(3 - \frac{3}{4}\right)}{\left(\frac{10}{21} + \frac{14}{27} - \frac{6}{11} + \frac{22}{39}\right) : \left(2 - \frac{2}{3}\right)}$

$$B = \frac{2^{12} \cdot 13 + 2^{12} \cdot 65}{2^{10} \cdot 104} + \frac{3^{10} \cdot 11 + 3^{10} \cdot 5}{3^9 \cdot 2^4}.$$

b) Tìm các số nguyên x , biết: $4\frac{5}{9} : 2\frac{5}{18} - 7 < x < \left(3\frac{1}{5} : 3, 2 + 4, 5, 1\frac{31}{45}\right) : \left(-21\frac{1}{2}\right)$

Câu 2.

a) Cho $x = by + cz; y = ax + cz; z = ax + by$ và $x + y + z \neq 0, a, b, c \neq -1$

Tính giá trị biểu thức : $Q = \frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c}$

b) Chứng tỏ rằng biểu thức $A = |2x^4 + 3x^2 + 1| - |-2x^4 - 2x^2 - 1|$ luôn nhận giá trị không âm.

Câu 3. Một cửa hàng có ba cuộn vải, tổng chiều dài là 186 m. Giá tiền của mỗi m vải của ba cuộn là như nhau, sau khi bán được 1 ngày cửa hàng còn lại $\frac{2}{3}$ cuộn vải thứ nhất, $\frac{1}{3}$ cuộn vải thứ hai, $\frac{3}{5}$ cuộn vải thứ ba. Biết số tiền bán được của cuộn vải thứ nhất, thứ hai, thứ ba tỉ lệ với 2: 3: 2. Tính xem trong ngày đó của cửa hàng đã bán được bao nhiêu m vải của mỗi cuộn vải?

Câu 4. Cho tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{C} = \frac{1}{2}\widehat{B}$. Kẻ AH vuông góc với BC tại H. Trên tia HC

lấy điểm D sao cho $HD = HB$. Từ C kẻ đường thẳng CE vuông góc với đường thẳng HD.

a) Tam giác ABD là tam giác gì? Vì sao?

b) Chứng minh rằng $AD = CD; DE = DH; HE // AC$

c) Gọi K là giao điểm của AH và CE, chứng minh DK vuông góc AC và đi qua trung điểm AC.

Câu 5. Cho hai đa thức $P(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots + x^{2009} + x^{2010}$

$Q(x) = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \dots - x^{2009} + x^{2010}$. Giả sử $P\left(\frac{1}{2}\right) + Q\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}; b \neq 0$); a, b là 2 số

nguyên tố cùng nhau. Chứng minh $a:5$.

ĐỀ LUYỆN SỐ 2

Câu 1.

a. Tìm các giá trị nguyên của n để phân số $M = \frac{3n-1}{n-1}$ có giá trị là số nguyên.

b. Tính giá trị của biểu thức: $N = xy^2z^3 + x^2y^3z^4 + x^3y^4z^5 + \dots + x^{2022}y^{2023}z^{2024}$ tại: $x = -1; y = -1; z = -1$.

Câu 2.

a. Cho dãy tỉ số bằng nhau $\frac{2bz - 3cy}{a} = \frac{3cx - az}{2b} = \frac{ay - 2bx}{3c}$. Chứng minh: $\frac{x}{a} = \frac{y}{2b} = \frac{z}{3c}$.

b. Tìm tất cả các số tự nhiên m, n sao cho $: 2^m + 2023 = |n - 2024| + n - 2024$.

Câu 3.

a. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |x - 2022| + |x - 2023| + |x - 2024|$.

b. Cho bốn số nguyên dương khác nhau thỏa mãn tổng của hai số bất kì chia hết cho 2 và tổng của ba số bất kì chia hết cho 3. Tính giá trị nhỏ nhất của tổng bốn số này?

Câu 4.

Cho tam giác ABC cân tại A, BH vuông góc AC tại H. Trên cạnh BC lấy điểm M bất kì (khác B và C). Gọi D, E, F là chân đường vuông góc hạ từ M đến AB, AC, BH.

a) Chứng minh $\triangle DBM = \triangle FMB$.

b) Chứng minh khi M chạy trên cạnh BC thì tổng $MD + ME$ có giá trị không đổi.

c) Trên tia đối của tia CA lấy điểm K sao cho $CK = EH$. Chứng minh BC đi qua trung điểm của DK.

Câu 5.

Có sáu túi lần lượt chứa 18, 19, 21, 23, 25 và 34 bóng. Một túi chỉ chứa bóng đỏ trong khi năm túi kia chỉ chứa bóng xanh. Bạn Toán lấy ba túi, bạn Học lấy hai túi. Túi còn lại chứa bóng đỏ. Biết lúc này bạn Toán có số bóng xanh gấp đôi số bóng xanh của bạn Học. Tìm số bóng đỏ trong túi còn lại.

Giáo viên: Trần Ngọc Hà

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7
PHƯƠNG PHÁP VẼ THÊM ĐƯỜNG PHỤ
Tài liệu lớp học Zoom 7M1 - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 3

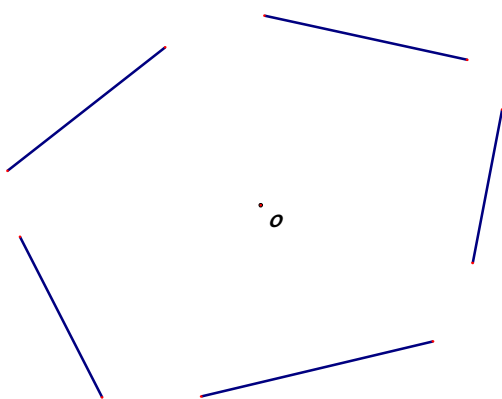
Họ và tên: Ngày học:

Vẽ đường thẳng song song:

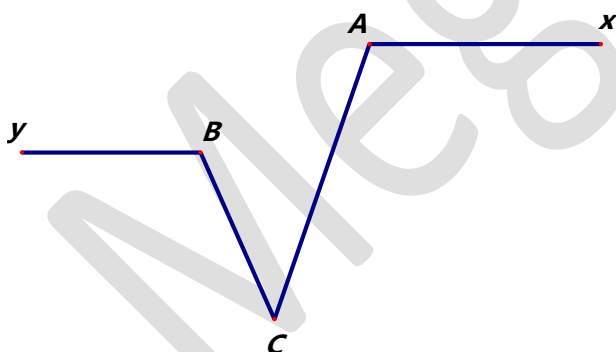
+ Mục đích: Tạo ra các góc so le trong, đồng vị bằng nhau, các tam giác bằng nhau

+ Dùng khi nào: Khi đã có các đường thẳng song song trong bài toán hoặc đối tượng liên quan đến góc bằng nhau, chứng minh song²

Câu 1: Trên mặt phẳng cho 5 đường thẳng, trong đó không có hai đường thẳng nào song song. Chứng minh rằng tồn tại hai đường thẳng mà góc nhọn giữa chúng không lớn hơn 36°



Câu 2: Cho biết $\widehat{xAC} + \widehat{yBC} - \widehat{ACB} = 180^{\circ}$. Chứng minh $Ax \parallel By$



Câu 3: Trên cạnh BC của tam giác ABC lấy điểm D, E sao cho $BD = CE$. Qua D và E vẽ các đường thẳng song song với AB, cắt cạnh AC ở F và G. Chứng minh rằng $DF + EG = AB$

Vẽ giao điểm:

+ Mục đích: Xuất hiện tam giác mới có mối liên hệ về góc và cạnh với các tam giác đã có trong hình vẽ

+ Dùng khi nào: Khi các đối tượng liên quan có ít mối quan hệ về cạnh và góc

Câu 4: Cho điểm M ở trong tam giác ABC. Chứng minh $\widehat{BMC} > \widehat{BAC}$

Câu 5: Cho hình vẽ, biết $AB = CD$, $AD = BC$. Chứng minh $AB \parallel CD$ và $AD \parallel BC$

Câu 6: Cho hình vẽ biết $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$. Chứng minh $AB = CD$ và $AD = BC$.

Câu 7: Cho đoạn thẳng AB . Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ là AB vẽ Ax , By vuông góc với AB . O là trung điểm AB . C thuộc Ax , đường thẳng vuông góc với OC tại O cắt By tại D . Chứng minh $CD = AC + BD$

Câu 8: Cho tam giác ABC , M là điểm nằm trong tam giác. Chứng minh rằng: $MB + MC < AB + AC$

Vẽ thêm đoạn thẳng:

Mục đích: Xuất hiện hai tam giác bằng nhau, tam giác cân, tam giác đều

Câu 9: Cho tam giác ABC có $AB = AC$. Chứng minh $\hat{B} = \hat{C}$

Câu 10: Cho tam giác ABC có $AB = 10$, $BC = 12$. D là trung điểm AB . Vẽ DH vuông góc với BC thì $DH = 4$. Chứng minh rằng tam giác ABC cân đỉnh A .

Câu 11: Cho đoạn thẳng AB . Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ là AB vẽ Ax , By vuông góc với AB . O là trung điểm AB . C thuộc Ax , đường thẳng vuông góc với OC tại O cắt By tại D . Chứng minh $CD = AC + BD$

Câu 12: Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Chứng minh $\hat{C} < \hat{B}$

Câu 13: Cho tam giác ABC có $AB < AC$, AD là tia phân giác của góc BAC . Chứng minh $CD > BD$.

Câu 14: Cho tam giác ABC . Chứng minh $AB + AC > BC$

Câu 15: Cho tam giác ABC . Gọi M , N là trung điểm AB và AC . Chứng minh rằng: $MN \parallel BC$ và

$$MN = \frac{BC}{2}$$

Câu 16: Cho tam giác ABC vuông tại A , M là trung điểm BC . Chứng minh rằng $AM = \frac{BC}{2}$

Vẽ thêm tia phân giác của một góc:

+ *Mục đích: Làm xuất hiện hai góc bằng nhau, hai tam giác bằng nhau, tam giác cân, tam giác đều...*

+ *Dùng khi nào: Khi muốn gắn hai đối tượng liên quan vào hai tam giác có mối liên hệ góc và cạnh*

Câu 17: Cho tam giác ABC có $\hat{B} = \hat{C}$, chứng minh $AB = AC$

Câu 18: Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 60^\circ$, phân giác BD , CE cắt nhau tại I . Chứng minh rằng: $BC = BE + CD$ và $IE = ID$

Vẽ thêm đường vuông góc:

Mục đích: Tạo ra các tam giác vuông hoặc xuất hiện hai tam giác vuông bằng nhau

Câu 19: Chứng minh giao 2 đường phân giác góc ngoài của một tam giác nằm trên phân giác trong của góc còn lại

Câu 20: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB < AC$. Vẽ AH vuông góc với BC . Lấy D thuộc AC sao cho $AD = AB$. Vẽ DE vuông góc với BC . Chứng minh rằng: $HA = HE$

Vẽ thêm tam giác đều:

+ *Mục đích: Tạo thêm các đoạn thẳng bằng nhau và góc bằng nhau*

+ *Dùng khi nào: Thường sử dụng khi hình vẽ đã có tam giác cân, trong các bài toán tính số đo góc*

Câu 21: Cho tam giác ABC có $\widehat{C} = 75^\circ$, đường cao AH bằng nửa BC. Tính \widehat{B}

Câu 22: Cho tam giác ABC cân tại A, $\widehat{A} = 100^\circ$, trên AB lấy D sao cho $AD = BC$. Tính \widehat{ADC}

Câu 23: Cho tam giác ABC cân tại A, $\widehat{A} = 20^\circ$, trên AB lấy D: $AD = BC$. Tính \widehat{BDC}

Giáo viên: Trần Tuấn Việt