

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7

SỐ NGUYÊN TỐ - HỢP SỐ

Tài liệu lớp học Zoom 7M1 - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 3

Họ và tên: Ngày học:

Câu 1. Chứng minh dãy số nguyên tố là vô hạn.

Câu 2. Chứng minh tồn tại 2023 số tự nhiên liên tiếp đều là hợp số.

Câu 3. Cho p là số nguyên tố và một trong 2 số $8p+1$ và $8p-1$ là 2 số nguyên tố, hỏi số thứ 3 là số nguyên tố hay hợp số?

Câu 4. Hai số $2^n - 1$ và $2^n + 1$, ($n > 2$) có thể đồng thời là số nguyên tố được không? Tại sao?

Câu 5. Chứng minh rằng nếu p và $p+2$ là hai số nguyên tố lớn hơn 3 thì tổng của chúng chia hết cho 12.

Câu 6. Chứng minh rằng nếu n và $n^2 + 2$ là các số nguyên tố thì $n^3 + 2$ cũng là số nguyên tố.

Câu 7. Tìm 3 số nguyên tố liên tiếp a, b, c sao cho $a^2 + b^2 + c^2$ cũng là số nguyên tố.

Câu 8. Giả sử p và $p^2 + 2$ là các số nguyên tố. Chứng tỏ $p^3 + p^2 + 1$ cũng là số nguyên tố.

Câu 9. Cho 4 số tự nhiên $a, b, c, d \in \mathbb{N}^*$ thỏa mãn đẳng thức $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$ Chứng minh rằng số $a+b+c+d$ là hợp số.

Câu 10. Tìm 3 số nguyên tố p, q, r sao cho $p^q + q^p = r$

Câu 11.

a) Chứng minh rằng số dư trong phép chia của một số nguyên tố cho 30 chỉ có thể là 1 hoặc là số nguyên tố. Khi chia cho 30 thì kết quả ra sao?

b) Chứng minh rằng nếu tổng của n lũy thừa bậc 4 của các số nguyên tố lớn hơn 5 là một số nguyên tố thì $(n, 30) = 1$.

Câu 12. Cho dãy số nguyên dương a_1, a_2, \dots, a_n được xác định như sau: $a_1 = 2, a_n$ là ước nguyên tố lớn nhất của $a_1 a_2 a_3 \dots a_{n-1} + 1$ với $n \geq 2$. Chứng minh rằng $a_k \neq 5$ với mọi k .

Câu 13. Tìm $n \in \mathbb{N}^*$ để $n^3 - n^2 + n - 1$ là số nguyên tố

Câu 14.

a) Tìm các số nguyên số p để $2p+1$ là lập phương của một số tự nhiên.

b) Tìm các số nguyên tố p để $13p+1$ là lập phương của một số tự nhên.

Câu 15. Tìm tất cả các số nguyên x, y thỏa $x^2 - 2y^2 = 1$.

Câu 16. Tìm các số nguyên tố x, y, z thỏa $x^y + 1 = z$.

Câu 17. Cho $a, b, c, d \in \mathbb{N}^*$ thỏa mãn $ab = cd$. Chứng minh rằng: $A = a^n + b^n + c^n + d^n$ là hợp số với mọi $n \in \mathbb{N}$.

Câu 18. Tìm tất cả các số có hai chữ số \overline{ab} sao cho $\frac{ab}{|a-b|}$ là số nguyên tố.

Câu 19. Cho các số $p = b^c + a, q = a^b + c, r = c^a + b$ là các số nguyên tố ($a, b, c \in \mathbb{N}^*$). Chứng minh rằng ba số p, q, r có ít nhất hai số bằng nhau.

Câu 20. Những số nguyên tố nào có thể là ước của số có dạng $111\dots1$?

Câu 21. Tìm tất cả các số nguyên tố p, q sao cho $7p+q$ và $pq+11$ đều là số nguyên tố.

Câu 22. Biết \overline{abcd} là nguyên tố có bốn chữ số thỏa mãn $\overline{ab}; \overline{cd}$ cũng là các số nguyên tố và $b^2 = \overline{cd} + b - c$. Hãy tìm \overline{abcd} .

Giáo viên: Trần Ngọc Hà

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7
PHƯƠNG PHÁP VẼ THÊM ĐƯỜNG PHỤ (tiếp)
Tài liệu lớp học Zoom 7M1 - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 3

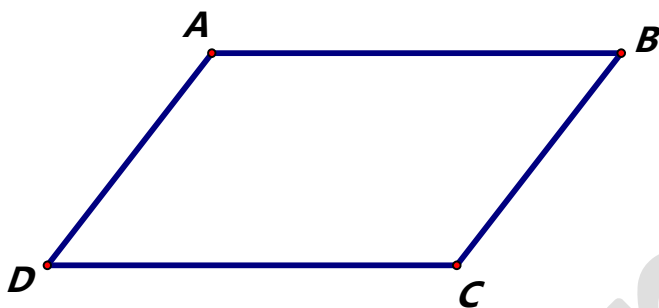
Họ và tên: Ngày học:

Vẽ giao điểm:

+ **Mục đích:** Xuất hiện tam giác mới có mối liên hệ về góc và cạnh với các tam giác đã có trong hình vẽ

+ **Dùng khi nào:** Khi các đối tượng liên quan có ít mối quan hệ về cạnh và góc

Câu 1: Cho hình vẽ, biết $AB = CD$, $AD = BC$. Chứng minh $AB \parallel CD$ và $AD \parallel BC$



Câu 2: Cho tam giác ABC, M là điểm nằm trong tam giác. Chứng minh rằng: $MB + MC < AB + AC$

Vẽ thêm đoạn thẳng:

Mục đích: Xuất hiện hai tam giác bằng nhau, tam giác cân, tam giác đều

Câu 3: Cho tam giác ABC có $AB = 10$, $BC = 12$. D là trung điểm AB. Vẽ DH vuông góc với BC thì $DH = 4$. Chứng minh rằng tam giác ABC cân đỉnh A.

Câu 4: Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Chứng minh $\widehat{C} < \widehat{B}$

Câu 5: Cho tam giác ABC có $AB < AC$, AD là tia phân giác của góc BAC. Chứng minh $CD > BD$.

Câu 6: Cho tam giác ABC. Chứng minh $AB + AC > BC$

Vẽ thêm tia phân giác của một góc:

+ **Mục đích:** Làm xuất hiện hai góc bằng nhau, hai tam giác bằng nhau, tam giác cân, tam giác đều...

+ **Dùng khi nào:** Khi muốn gắn hai đối tượng liên quan vào hai tam giác có mối liên hệ góc và cạnh

Câu 7: Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = \widehat{C}$, chứng minh $AB = AC$

Câu 8: Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 60^\circ$, phân giác BD, CE cắt nhau tại I. Chứng minh rằng: $BC = BE + CD$ và $IE = ID$

Vẽ thêm đường vuông góc:

Mục đích: Tạo ra các tam giác vuông hoặc xuất hiện hai tam giác vuông bằng nhau

Câu 9: Chứng minh giao 2 đường phân giác góc ngoài của một tam giác nằm trên phân giác trong của góc còn lại

Câu 10: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB < AC$. Vẽ AH vuông góc với BC. Lấy D thuộc AC sao cho $AD = AB$. Vẽ DE vuông góc với BC. Chứng minh rằng: $HA = HE$

Vẽ thêm tam giác đều:

+ **Mục đích:** *Tạo thêm các đoạn thẳng bằng nhau và góc bằng nhau*

+ **Dùng khi nào:** *Thường sử dụng khi hình vẽ đã có tam giác cân, trong các bài toán tính số đo góc*

Câu 11: Cho tam giác ABC có $\widehat{C} = 75^\circ$, đường cao AH bằng nửa BC. Tính \widehat{B}

Câu 12: Cho tam giác ABC cân tại A, $\widehat{A} = 100^\circ$, trên AB lấy D sao cho $AD = BC$. Tính \widehat{ADC}

Câu 13: Cho tam giác ABC cân tại A, $\widehat{A} = 20^\circ$, trên AB lấy D: $AD = BC$. Tính \widehat{BDC}

Câu 14: Cho tam giác ABC cân tại A, $\widehat{A} = 80^\circ$. Trên BC lấy I sao cho $\widehat{BAI} = 50^\circ$; trên AC lấy K sao cho $\widehat{ABK} = 30^\circ$. Hai đoạn thẳng AI và BK cắt nhau tại H. Chứng minh rằng tam giác HIK cân.

Câu 15: Cho tam giác ABC cân có $\widehat{A} = 20^\circ$, các điểm M, N thuộc AB, AC sao cho $\widehat{BCM} = 50^\circ$; $\widehat{CBN} = 60^\circ$. Tính góc \widehat{MNA}

Câu 16: Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = 60^\circ$; $\widehat{C} = 45^\circ$. Trong tam giác ABC vẽ tia Bx sao cho $\widehat{xBC} = 15^\circ$, đường vuông góc với BA tại A cắt Bx tại I. Tính \widehat{ICB}

Câu 17: Cho tam giác ABC, dựng ra phía ngoài tam giác ABC' đều, điểm M nằm trong tam giác. CMR:
 $\widehat{BMA} = 120^\circ \Leftrightarrow MC' = MA + MB$

Câu 18: Cho tam giác ABC vuông ở A, $\widehat{B} = 75^\circ$, trên tia đối của tia AB lấy H: $BH = 2AC$. Tính \widehat{BHC}

Câu 19: Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 120^\circ$, Trên tia phân giác góc A lấy D: $DA = AB + AC$. Chứng minh tam giác BCD đều.

Giáo viên: Trần Tuấn Việt