

**BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7**  
**SỐ NGUYÊN TỐ - HỢP SỐ (tiếp)**  
**Tài liệu lớp học Zoom 7M1 - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 3**

Họ và tên: ..... Ngày học: .....

**Câu 1.** Tìm 3 số nguyên tố liên tiếp  $a, b, c$  sao cho  $a^2 + b^2 + c^2$  cũng là số nguyên tố.

**Câu 2.** Giả sử  $p$  và  $p^2 + 2$  là các số nguyên tố. Chứng tỏ  $p^3 + p^2 + 1$  cũng là số nguyên tố.

**Câu 3.** Tìm 3 số nguyên tố  $p, q, r$  sao cho  $p^q + q^p = r$

**Câu 4.**

a) Chứng minh rằng số dư trong phép chia của một số nguyên tố cho 30 chỉ có thể là 1 hoặc là số nguyên tố. Khi chia cho 30 thì kết quả ra sao?

b) Chứng minh rằng nếu tổng của  $n$  lũy thừa bậc 4 của các số nguyên tố lớn hơn 5 là một số nguyên tố thì  $(n, 30) = 1$ .

**Câu 5.** Cho dãy số nguyên dương  $a_1, a_2, \dots, a_n$  được xác định như sau:  $a_1 = 2, a_n$  là ước nguyên tố lớn nhất của  $a_1 a_2 a_3 \dots a_{n-1} + 1$  với  $n \geq 2$ . Chứng minh rằng  $a_k \neq 5$  với mọi  $k$ .

**Câu 6.** Tìm  $n \in \mathbb{N}^*$  để  $n^3 - n^2 + n - 1$  là số nguyên tố

**Câu 7.**

a) Tìm các số nguyên số  $p$  để  $2p + 1$  là lập phương của một số tự nhiên.

b) Tìm các số nguyên tố  $p$  để  $13p + 1$  là lập phương của một số tự nhiên.

**Câu 8.** Tìm tất cả các số nguyên  $x, y$  thỏa  $x^2 - 2y^2 = 1$ .

**Câu 9.** Tìm các số nguyên tố  $x, y, z$  thỏa  $x^y + 1 = z$ .

**Câu 10.** Cho  $a, b, c, d \in \mathbb{N}^*$  thỏa mãn  $ab = cd$ . Chứng minh rằng:  $A = a^n + b^n + c^n + d^n$  là hợp số với mọi  $n \in \mathbb{N}$ .

**Câu 11.** Tìm tất cả các số có hai chữ số  $\overline{ab}$  sao cho  $\frac{ab}{|a-b|}$  là số nguyên tố.

**Câu 12.** Cho các số  $p = b^c + a, q = a^b + c, r = c^a + b$  là các số nguyên tố ( $a, b, c \in \mathbb{N}^*$ ). Chứng minh rằng ba số  $p, q, r$  có ít nhất hai số bằng nhau.

**Câu 13.** Những số nguyên tố nào có thể là ước của số có dạng  $111 \dots 1$ ?

**Câu 14.** Tìm tất cả các số nguyên tố  $p, q$  sao cho  $7p + q$  và  $pq + 11$  đều là số nguyên tố.

**Câu 15.** Biết  $\overline{abcd}$  là nguyên tố có bốn chữ số thỏa mãn  $\overline{ab}; \overline{cd}$  cũng là các số nguyên tố và  $b^2 = \overline{cd} + b - c$ . Hãy tìm  $\overline{abcd}$ .

ĐỀ VỀ NHÀ

Câu 1.

a) Tính  $A = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{5} + \frac{3}{5}}{\frac{4}{5} - \frac{11}{11} + \frac{13}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{5} - \frac{3}{5} + \frac{4}{5}}$

b) Chứng minh rằng với n nguyên dương thì  $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$  chia hết cho 10.

Câu 2.

a) Tìm các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn:  $x + 2y = 3xy + 3$

b) Cho  $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2023}$ ;  $B = \frac{1}{2022} + \frac{2}{2021} + \frac{3}{2020} + \dots + \frac{2021}{2} + \frac{2022}{1}$ . Tính  $\frac{A}{B}$

Câu 3.

a) Cho  $|x - 2| + |y - 1| + (x + y - z - 2)^{2024} = 0$ . Tính giá trị của :  $A = 5x^{14}y^3z^{2023}$

b) Cho các số dương a, b, c, d;  $c \neq d$  và  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ . Chứng minh

$$\frac{(a^{2024} + b^{2024})^{2025}}{(c^{2024} + d^{2024})^{2025}} = \frac{(a^{2025} - b^{2025})^{2024}}{(c^{2025} - d^{2025})^{2024}}$$

Câu 4.

a) Cho  $a + b + c + d = 2000$  và  $\frac{1}{a+b+c} + \frac{1}{b+c+d} + \frac{1}{c+d+a} + \frac{1}{d+a+b} = \frac{1}{40}$

Tính giá trị của :  $S = \frac{a}{b+c+d} + \frac{b}{c+d+a} + \frac{c}{d+a+b} + \frac{d}{a+b+c}$

b) Xác định tổng các hệ số của đa thức  $f(x) = (5 - 6x + x^2)^{2022} \cdot (5 + 6x + x^2)^{2023}$

Câu 5. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ( $AB < AC$ ). Vẽ về phía ngoài tam giác ABC các tam giác

đều ABD và ACE. Gọi I là giao của CD và BE, K là giao của AB và DC.

a) Chứng minh rằng:  $\triangle ADC = \triangle ABE$ .

b) Gọi M và N lần lượt là trung điểm của CD và BE. Chứng minh rằng  $\triangle AMN$  đều.

c) Chứng minh rằng IA là phân giác của góc DIE.

Giáo viên: Trần Ngọc Hà

**BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 7**  
**BÀI TOÁN HÌNH TRONG CÁC KÌ THI HỌC SINH GIỎI**  
**Tài liệu lớp học Zoom 7M1 - 18h00 - 21h15 - Tối thứ 3**

Họ và tên: ..... Ngày học: .....

**Câu 1.** Cho  $\Delta ABC$  nhọn ( $AB < AC$ ). Vẽ về phía ngoài  $\Delta ABC$  các tam giác đều là  $\Delta ABD$  và  $\Delta ACE$ . Gọi  $I$  là giao điểm của  $CD$  và  $BE$ ,  $K$  là giao điểm của  $AB$  và  $DC$ .

- 1) Chứng minh  $\Delta ADC = \Delta ABE$ .
- 2) Chứng minh  $\widehat{DIB} = 60^\circ$ .
- 3) Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $CD$  và  $BE$ . Chứng minh  $\Delta AMN$  đều.
- 4) Chứng minh  $IA$  là tia phân giác  $\widehat{DIE}$ .

**Câu 2.** Cho tam giác nhọn  $ABC$ , cân tại  $A$ . Gọi  $D$  là hình chiếu của  $B$  trên  $AC$ , và  $E$  là hình chiếu của  $D$  trên  $BC$

- a) Tính số đo góc  $BDE$  theo số đo của góc  $BAC$
- b) Biết  $BC = AB + AD$ , chứng minh rằng  $BE = CD$ .

*(VTMC lớp 7 2023)*

**Câu 3.** Cho tam giác  $ABC$  vuông cân có đáy là  $BC$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $AC$ . Kẻ  $NH$  vuông góc với  $CM$  tại  $H$ . Kẻ  $HE$  vuông góc với  $AB$  tại  $E$ . Kẻ  $AK$  vuông góc với  $CM$  tại  $K$ . Kẻ  $AQ$  vuông góc với  $HN$  tại  $Q$ .

- a) Chứng minh rằng  $AK = HC = AQ$ . Tính số đo góc  $BKA$ .
- b) Chứng minh tam giác  $ABH$  cân và  $HM$  là tia phân giác của góc  $BHE$ .
- c) Gọi  $I$  là điểm di động trên tia  $CA$ ,  $J$  là điểm di động trên tia  $CB$ . Xác định vị trí các điểm  $I, J$  sao cho tam giác  $HJI$  có chu vi bé nhất.

**Câu 4.** Cho  $\Delta ABC$  có  $\widehat{BAC} < 90^\circ$ . Ở khác phía điểm  $C$  so với đường thẳng  $AB$ , vẽ đoạn  $AM$  sao cho  $AM$  vuông góc với  $AB$  và  $AM = AB$ . Ở khác phía điểm  $B$  so với đường thẳng  $AC$  vẽ đoạn  $AN$  sao cho  $AN$  vuông góc với  $AC$  và  $AN = AC$ .

- a) Chứng minh  $\Delta AMC = \Delta ANB$ .
- b) Chứng minh  $BN$  vuông góc với  $CM$ .
- c) Kẻ  $AH$  vuông góc với  $BC$  ( $H \in BC$ ),  $I$  là trung điểm của  $MN$ . Chứng minh ba điểm  $A, H, I$  thẳng hàng.

**Câu 5.** Cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Lấy điểm  $D$  trên đoạn thẳng  $AB$  ( $D$  khác  $A$  và  $B$ ), đường thẳng vuông góc với  $MD$  tại  $M$  cắt  $AC$  tại  $E$ .

- a) Chứng minh:  $MD = ME$ .
- b) Trên tia đối của tia  $CA$  lấy điểm  $K$  sao cho  $CK = BD$ ,  $DK$  cắt  $BC$  tại  $I$ , đường vuông góc với  $DK$  tại  $I$  cắt  $AM$  tại  $S$ . Chứng minh:  $I$  là trung điểm của  $DK$  và  $SC$  vuông góc với  $AK$ .
- c) Chứng minh:  $MD + ME \geq AD + AE$ .

**Câu 6.** Cho tam giác ABC có góc B bằng  $45^\circ$ , góc C bằng  $120^\circ$ . Trên tia đối của tia CB lấy điểm D sao cho  $CD = 2CB$ . Tính góc ADB

**Câu 7.** Cho tam giác ABC có  $AB < AC$ . Tia phân giác của góc A cắt cạnh BC tại điểm I. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho  $AD = AB$ .

a) Chứng minh rằng  $BI = ID$ .

b) Tia DI cắt tia AB tại điểm E. Chứng minh rằng  $\triangle IBE = \triangle IDC$ . Từ đó suy ra  $BD \parallel CE$ .

c) Gọi H là trung điểm của EC. Chứng minh  $AH \perp BD$ .

d) Cho  $\widehat{ABC} = 2 \cdot \widehat{ACB}$ . Chứng minh  $AB + BI = AC$ .

**Giáo viên: Trần Tuấn Việt**