

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 8
PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ (TIẾP)
Tài liệu lớp học Zoom 8M1 - 14h30 - 17h15 - Chiều chủ nhật

Họ và tên:Ngày học:

Câu 1. Chứng minh:

a) Điều kiện cần và đủ để $a^3 + b^3 + c^3 : 6$ là $a + b + c : 6$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$

b) $a^3b - ab^3 : 6$; $a, b \in \mathbb{Z}$

c) $a^3 - a : 24a$ với a là số nguyên tố, $a > 3$.

Câu 2. Chứng minh:

a) $a^5 - a : 30$

b) $a^5 + 59a : 30$ với $a \in \mathbb{N}$.

Câu 3. Chứng minh

a) $a^4 + 6a^3 + 11a^2 + 6a : 24$, $\forall a \in \mathbb{Z}$.

b) $3a^4 - 14a^3 + 21a^2 - 10a : 24$, $\forall a \in \mathbb{Z}$

Câu 4. CMR: Với mọi số tự nhiên n

a) $5^{n+3} - 3 \cdot 5^{n+1} + 2^{6n+3} : 59$

b) $8 \cdot 5^{2n} + 11 \cdot 6^n : 19$

Câu 5. Cho đa thức $P(x)$ với các hệ số nguyên. Biết $P(2) : 5$; $P(5) : 2$. Chứng minh $P(7) : 10$.

Câu 6. Cho a, b, c là các số hữu tỉ thỏa mãn $ab + bc + ca = 1$, chứng minh

$(a^2 + 1)(b^2 + 1)(c^2 + 1)$ là bình phương của một số hữu tỉ.

Câu 7. Cho $ab(a + b) - bc(b + c) + ac(a - c) = 0$. Chứng minh rằng trong 3 số có ít nhất 2 số đôi nhau hoặc bằng nhau.

Câu 8. Cho đa thức $f(x) = x^3 - x^2 - 2x + 1$ có 3 nghiệm phân biệt. Chứng minh có 2 nghiệm a, b thỏa mãn: $a - ab = 1$ hoặc $b - ba = 1$.

Câu 9. Phân tích thành nhân tử: $8abc + 4(ab + bc + ca) + 2(a + b + c) + 1$

Câu 10. Tìm số tự nhiên n để $n^4 - n^3 - 6n^2 + 7n - 21$ là số nguyên tố.

Câu 11. Cho 4 số a, b, x, y thỏa mãn: $ab = 1$; $ax + by = 2$. Chứng minh rằng $xy \leq 1$.

Câu 12. Chứng minh rằng với n là số nguyên thì $(x + 1)(x + 3)(x + 4)(x + 6) + 9$ là bình phương của một số tự nhiên.

Câu 13. Tìm các số nguyên x, y, z thỏa mãn:
$$\begin{cases} x^3 + xyz = 2019 \\ y^3 + xyz = 2091 \\ z^3 + xyz = 1209 \end{cases}$$

Câu 14. Tìm số tự nhiên n sao cho $P = (n^2 - 8)^2 + 36$ là số nguyên tố.

(Đề thi HSG Toán lớp 8, Quận 9 – TP Hồ Chí Minh năm học 2006 – 2007).

Giáo viên: Thầy Trần Tuấn Việt

Megamath

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 8

HÌNH THANG

Tài liệu lớp học Zoom 8M1 - 14h30 - 17h15 - Chiều chủ nhật

Họ và tên:Ngày học:

Tứ giác (bổ sung):

Bài 1. Cho bốn điểm A, B, C, D trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng, bất kì hai điểm nào cũng có khoảng cách lớn hơn 10. Chứng minh rằng tồn tại hai điểm đã cho có khoảng cách lớn hơn 14.

Bài 2. Cho tứ giác ABCD có độ dài các cạnh là a, b, c, d đều là các số tự nhiên. Biết tổng $s = a + b + c + d$ chia hết cho a, cho b, cho c, cho d. Chứng minh rằng tồn tại hai cạnh của tứ giác bằng nhau.

Hình thang:

Bài 1. Cho tam giác đều ABC và điểm M thuộc miền trong tam giác. Chứng minh rằng $MA < MB + MC$.

Bài 2. Cho hình thang ABCD, đáy $AB = 40\text{cm}$, $CD = 80\text{cm}$, $BC = 50\text{cm}$, $AD = 30\text{cm}$. Chứng minh rằng ABCD là hình thang vuông.

Bài 3. Cho hình thang ABCD ($AD \parallel BC$). Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Lấy điểm O thuộc MN, qua O kẻ đường thẳng song song với AD cắt AB, CD tại E và F. Chứng minh rằng $OE = OF$.

Bài 4. Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$), M là trung điểm của BC. Cho biết DM là tia phân giác của góc D. Chứng minh rằng tia AM là tia phân giác của góc A.

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông cân ở A. Trên nửa mặt phẳng bờ BC không chứa đỉnh A vẽ BD vuông góc với BC và $BD = BC$.

a) Tứ giác ABCD là hình gì? Vì sao?

b) Biết $AB = 7\text{cm}$. Tính CD.

Bài 6. Cho hình thang ABCD có $AC \perp BD$. Chứng minh rằng: $(AB + CD)^2 = AC^2 + BD^2$

Bài 7. Cho hình thang ABCD có M là trung điểm của BD, N là trung điểm của AC. Chứng minh rằng:

$$MN \parallel AB \parallel CD \text{ và } MN = \frac{CD - AB}{2}.$$

Bài 8. Cho hình thang ABCD có $AD \parallel BC$; $AB = BC$; $AC = AD$. Lấy điểm M trên cạnh CD sao cho $BM \parallel AC$. Chứng minh AM là tia phân giác của \widehat{BAC} ?

Bài 9. Cho tứ giác ABCD có phân giác trong của \widehat{A} và phân giác trong của \widehat{D} cắt nhau tại M, tia phân giác trong của \widehat{A} và tia phân giác trong của \widehat{B} cắt nhau tại N. Tia phân giác trong của \widehat{B} và tia phân giác trong của \widehat{C} cắt nhau tại P, tia phân giác trong của \widehat{C} và tia phân giác trong của \widehat{D} cắt nhau tại Q. Biết $MP \perp NQ$. Chứng minh rằng: ABCD là hình thang cân.

Bài 10. Cho hình thang cân ABCD có đáy lớn CD bằng 2 lần cạnh bên BC. Về bên ngoài hình thang dựng các tam giác đều ADF và BCE. G là trung điểm của CD. Biết tam giác EFG vuông, $AB = a$. Tính các góc và các cạnh của hình thang.

Bài 11. Cho hình thang ABCD có $AB \parallel CD$, $AB = \frac{CD}{2}$. Gọi M là trung điểm của AC, N là trung điểm của BD. Chứng minh rằng: AN, BM, CD đồng quy.

Bài 12. Cho hình thang ABCD có ($BC \parallel AD$), biết $BC + AD = AB$. Chứng minh rằng các tia phân giác trong của góc A và góc B cắt nhau tại trung điểm cạnh CD.

Bài 13. Cho tam giác ABC cân tại A. Kẻ đường cao AH, lấy điểm I thuộc AH. Gọi E là giao điểm của CI với AB, D là giao điểm của BI với AC. Chứng minh rằng:

- $AD = AE$;
- Xác định dạng của tứ giác BEDC
- Xác định vị trí của điểm I để $BE = ED = DC$.

Bài 14. Cho hình thang cân ABCD ($AB \parallel CD$; $AD = BC$), có đáy nhỏ AB. Diện tích hình thang bằng $\frac{1}{4}(AB+CD)^2$. Vẽ $BE \parallel AC$ (E thuộc DC). CM Tam giác DBE vuông cân.

Bài 15. Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$). Gọi E, F, K lần lượt là trung điểm của BD, AC, DC. Gọi H là giao điểm của đường thẳng qua E vuông góc với AD và đường thẳng qua F vuông góc với BC. Chứng minh tam giác HCD cân.

Bài 16. Cho hình thang cân ABCD ($AB \parallel CD$) có đường chéo BD chia hình thang thành hai tam giác cân ABD cân tại A và tam giác BCD cân tại D. Tính các góc của hình thang.

Bài 17. Tính chiều cao BH của hình thang cân ABCD, biết $AC \perp BD$ và hai cạnh đáy $AB = a$, $CD = b$. Từ đó suy ra cách vẽ hình.

Bài 18. Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$), Gọi E và F theo thứ tự là trung điểm của BD và AC, Vẽ đường thẳng đi qua E và vuông góc với AD và đường thẳng qua F vuông góc với BC, cắt nhau tại I. CMR : $IC = ID$.

Giáo viên: Thầy Bùi Minh Mẫn