

**BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 8**  
**ĐA THỨC VÀ TÍNH CHẤT CHIA HẾT**  
**Tài liệu lớp học Zoom 8M1 - 14h30 - 17h15 - Chiều chủ nhật**

Họ và tên: ..... Ngày học: .....

### I – LÝ THUYẾT

+) Xét hai đa thức  $f(x)$  và  $g(x)$  trong đó bậc của  $f(x)$  lớn hơn hoặc bằng bậc của  $g(x)$ . Khi đó, luôn tồn tại duy nhất các đa thức  $q(x)$  và  $r(x)$  thỏa mãn:

$$f(x) = q(x)g(x) + r(x).$$

Trong đó bậc của  $r(x)$  nhỏ hơn bậc của  $g(x)$ . Phân tích trên được gọi là phép chia đa thức. Ta gọi  $f(x)$  là đa thức bị chia,  $g(x)$  là đa thức chia,  $q(x)$  là đa thức thương (hay gọi tắt là thương),  $r(x)$  là phần dư của phép chia đa thức.

Nếu  $r(x) \equiv 0$ , ta nói rằng đa thức  $f(x)$  chia hết cho đa thức  $g(x)$ , kí hiệu là:  $f(x) : g(x)$ .

+) Xét phép chia đa thức  $f(x)$  cho đa thức  $x - a$ , ta có:

$$f(x) = q(x)(x - a) + r.$$

Tại  $x = a$ , ta có:

$$f(a) = 0 \cdot q(a) + r = r.$$

Như vậy phần dư trong phép chia đa thức  $f(x)$  cho  $x - a$  là một số, bằng  $f(a)$  (Kết quả này được gọi là định lý Bơ-du, đặt theo tên của nhà toán học Pháp Be'zout, 1730-1783). Nếu  $f(a) = 0$ , hay  $a$  là nghiệm của  $f(x)$ , thì  $f(x) : x - a$ .

### II – BÀI TẬP

**Câu 1.** Tìm số nguyên  $n$  biết

a)  $n^3 + n^2 - 2n + 4 : (n + 2)$

b)  $n^3 + n^2 - 7n + 5 : (n^2 - 2n)$

**Câu 2.** Tìm  $x$  nguyên để

a)  $3x + 1 : (3x^2 + x + 2)$

b)  $4x + 2 : (2x^2 + x + 1)$

c)  $2x + 3 : (3x^2 + x + 1)$

**Câu 3.** Giải phương trình nghiệm nguyên:

a)  $y(x^2 + 1) + x(y + 2) = 3$

b)  $3xy^2 + (x - 1)y + x + 1 = 0$

**Câu 4.** Chứng minh rằng đa thức  $f(x) = x^{19} + x^{18} + \dots + x + 1$  chia hết cho đa thức  $(x + 1)(x^2 + 1)$ .

**Câu 5.**

a. Chứng minh rằng với 2 số tự nhiên  $m, n > 0$  thỏa mãn  $m : n$ , ta có:

$$x^m - 1 : x^n - 1.$$

b. Chứng minh rằng:  $f(x) = x^{99} + x^{98} + \dots + x + 1 : g(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ .

**Câu 6.** Chứng minh rằng:

$$f(x) = x^{24} + x^{18} + x^{12} + x^6 + 1; g(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1.$$

**Câu 7.** Chứng minh rằng:

$$f(x) = x^{100} + x^{20} + 1; g(x) = x^{40} + x^{20} + 1.$$

**Câu 8.** Chứng minh rằng  $h(x) = (x-2)^{2n} + (x-3)^{3n} - 1; x^2 - 5x + 6$ .

**Câu 9.** Chứng minh rằng:

$$f(x) = x^{10} - 10x + 9; (x-1)^2 (*)$$

**Câu 10.** Chứng minh rằng:

$$x^n - na^{n-1}x + (n-1)a^n; (x-a)^2,$$

Với mọi số tự nhiên  $n \geq 1$  và mọi  $a$ .

**Câu 11.** Cho  $f(x)$  là đa thức với hệ số nguyên. Chứng minh rằng, nếu:

$$f(x^{1000}); x^5 - 1,$$

thì ta cũng có:

$$f(x^{1000}); x^{10} + 1.$$

(Gợi ý: để giải bài toán trên, hãy để ý đến “nhân tố bí ẩn” trong câu đố sau:

*Cho dù có phải đội cả nghìn cân trên đầu, thì mặt hấn vẫn không hề biến sắc. Hỏi hấn là ai?)*

**Câu 12.**

a. Chứng minh rằng:  $f(x) = x^{100} + (x-1)^{100} - 1; x^2 - x$ .

b. Tìm các số  $a, b$  sao cho  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$  chia cho  $x+1$  dư 5 và chia cho  $x+2$  dư 8.

**Câu 13.** Chứng minh rằng đa thức  $f(x) = x^{190} + x^{100} + x^{50} + 1$  chia hết cho đa thức

$$g(x) = x^{30} + x^{20} + x^{10} + 1.$$

**Câu 14.** Tìm phần dư trong phép chia đa thức  $f(x) = x^{100} + x^{99} + \dots + x + 1$  cho đa thức

$$g(x) = (x+1)(x^2+1)$$

**Câu 15.** Tìm phần dư trong phép chia đa thức  $f(x) = x^{10} + x^9 + \dots + x + 1$  cho đa thức  $g(x) = x^2 - x + 1$

**Câu 16.** Tìm đa thức  $f(x)$  biết nó chia cho  $x-1$  dư 1, chia cho  $x-3$  dư 7 và chia cho  $x^2 - 4x + 3$  được thương là  $x^2 + 1$  và còn dư.

**Câu 17.** Tìm các số  $a, b, c$  sao cho đa thức  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  chia cho  $x-3$  dư 7 và chia cho  $x^2 + 3$  dư  $x+4$ .

**Câu 18.** Giả sử đa thức  $f(x)$  chia cho  $x+2$  dư 4 và chia cho  $x^2 + 1$  dư  $2x+3$ . Tìm phần dư trong phép chia đa thức  $f(x)$  cho đa thức  $(x+2)(x^2+1)$ .

**Câu 19.** Đa thức  $f(x)$  chia cho  $x-2$  dư 9, chia cho  $x^2 + 3$  dư  $3x-4$ . Tìm phần dư khi chia  $f(x)$  cho  $(x-2)(x^2+3)$

**Câu 20.** Cho  $f(x)$  là đa thức với hệ số nguyên thỏa mãn:  $f(0)$  và  $f(1)$  là các số lẻ. Chứng minh rằng  $f(x)$  không có nghiệm nguyên.

**Câu 21.** Tìm số dư trong phép chia  $(x+3)(x+5)(x+7)(x+9)+2033$  cho  $x^2+12x+30$

**Câu 22.** Cho đa thức  $A = ax^2 + bx + c$ . Xác định hệ số  $b$  biết rằng khi chia  $A$  cho  $x-1$ , chia  $A$  cho  $x+1$  đều có cùng một số dư

**Câu 23.** Cho đa thức  $h(x)$  bậc 4, hệ số của bậc cao nhất là 1, biết  $h(1)=2; h(2)=5; h(4)=17; h(-3)=10$ .  
Tìm đa thức  $h(x)$

**Giáo viên: Thầy Trần Tuấn Việt**

Megamath

**BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 8****CHỦ ĐỀ: GTLN, GTNN****Tài liệu lớp học Zoom 8M1 - 14h30 - 17h15 - Chiều chủ nhật**

Họ và tên: .....Ngày học: .....

**Câu 1.** Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:  $B = \frac{3x^2 + 6x + 10}{x^2 + 2x + 3}$

**Câu 2.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A = \frac{2015}{|x| - 3}$ , với  $x$  là số nguyên.

**Câu 3.** Tìm GTLN hoặc GTNN nếu có:

a)  $A = \frac{2x}{x^2 + 1}$  (GTLN, GTNN)

b)  $M = \frac{x^2 - 10x + 7}{x^2 - 4x + 4}$  (GTLN)

c)  $N = \frac{x^2 - 7x - 16}{x^2 + x + 5}$  (GTNN)

d)  $P = \frac{-3x^2 + 9x - 3}{4x^2 + 4x + 4}$  (GTLN)

**Câu 4.** Tìm GTNN, hoặc GTLN của phân thức

a)  $A = \frac{6x - 2}{3x^2 + 1}$

b)  $B = \frac{9x}{x^2 + x + 1}$

**Câu 5.** Tìm GTNN, hoặc GTLN của phân thức

a)  $A = \frac{6x - 3}{x^2 + 2x + 1}$

b)  $B = \frac{3x^2 + 5}{x^2 + x + 2}$

c)  $C = \frac{-x^2 - 4x + 4}{2(x^2 + 6)}$

**Câu 6.** Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức:  $A = \frac{14x^2 - 8x + 9}{3x^2 + 6x + 9}$

**Câu 7.** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $C = \frac{3x^2 - 2x + 3}{x^2 + 1}$ .

**Câu 8.** Tìm GTLN và GTNN của biểu thức:  $A = \frac{x^2 + 2x + 3}{x^2 + 2}$ .

**Câu 9.** Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $P = \frac{x^2 - 8x + 7}{x^2 + 1}$

**Câu 10.** Tìm giá trị lớn nhất (GTLN) của biểu thức:  $A = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - x + 1}$

**Câu 11.** Tìm GTLN của  $D(x) = \frac{x}{(x + 2019)^2}$  với  $x > 0$

**Câu 12.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $A = \frac{2010x + 2680}{x^2 + 1}$

**Câu 13.** Tìm giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của  $B = \frac{27 - 12x}{x^2 + 9}$

**Câu 14.** Cho biểu thức  $M = \frac{x^4 + 2}{x^6 + 1} + \frac{x^2 - 1}{x^4 - x^2 + 1} - \frac{x^2 + 3}{x^4 + 4x^2 + 3}$

a) Rút gọn M

b) Tìm giá trị lớn nhất của M

**Câu 15.** Cho số thực x thỏa mãn điều kiện  $0 \leq x \leq 1$ . Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của

biểu thức  $P = \frac{x^2}{2 - x^2} + \frac{1 - x^2}{1 + x^2}$

**Giáo viên: Thầy Bùi Minh Mẫn**