

**BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 8**  
**SỐ NGUYÊN TỐ**

**Tài liệu lớp học Zoom 8M1 - 14h30 - 17h15 - Chiều chủ nhật**

Họ và tên: .....Ngày học: .....

**A. Lí thuyết**

+ Số nguyên tố là số tự nhiên lớn hơn 1 chỉ có 2 ước số

+ Hợp số là số tự nhiên lớn hơn 1 có nhiều hơn 2 ước số

+ Nếu  $a^m : p \Rightarrow a : p$

+ Nếu  $a.b : p \Leftrightarrow \begin{cases} a : p \\ b : p \end{cases}$

+ Mọi số tự nhiên  $n$  luôn phân tích được dưới dạng tích của các số nguyên tố

$n = p_1^{\alpha_1} \dots p_k^{\alpha_k}$  và dạng phân tích là duy nhất

**B. Bài tập**

**Dạng 1. Tìm số nguyên tố**

**Bài 1.** Tìm số tự nhiên  $n$  sao cho  $n - 10, n + 10, n + 60$  đều là số nguyên tố

**Bài 2.**

a. Tìm số tự nhiên  $n$  lớn hơn 0 sao cho  $n^3 - n^2 + n - 1$  là số nguyên tố

b. Tìm số nguyên tố  $a$  biết  $2.a + 1 = p^3$  ( $p \in P$ )

**Bài 3.** Tìm các số nguyên tố  $x, y, z$  thỏa mãn:  $x^y + 1 = z$

**Bài 4.** Tìm các số nguyên tố  $p, q, r$  thỏa mãn:  $p^q + q^p = r$

**Bài 5.** Tìm số nguyên dương  $n$  để  $\sqrt{n^3 + 5n^2 - 13n + 8} + 1$  là số nguyên tố.

**Dạng 2. Bài toán chứng minh**

**Bài 6.** Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên  $n$  thì

a)  $2^{2^{2n+1}} + 3$  là hợp số

b)  $19 \times 8^n + 17$  không phải là số nguyên tố

**Bài 7.** Cho  $p$  là số nguyên tố lớn hơn 8. Chứng minh rằng  $3^p - 2^p - 1 : 42$

**Bài 8.** Cho ba số  $a, b, c$  đôi một nguyên tố cùng nhau. Chứng minh rằng:

$$\text{ƯCLN}(ab + bc + ca, abc) = 1$$

**Bài 9.** Viết xem kẽ  $2n$  chữ số 0 với  $2n + 1$  chữ số 1 thành số dạng  $101\dots 01$ . Chứng minh rằng tất cả các số đó đều là hợp số

**Bài 10.** Chứng minh rằng dãy các số có dạng  $10^n + 3$  có vô số số là hợp số.

**Bài 11.** Chứng minh rằng với mọi số nguyên tố lẻ  $p$  không tồn tại các số nguyên dương  $m$  và  $n$  sao cho

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2}$$

**Bài 12.** Cho  $a, b, c$  là các số nguyên dương phân biệt và  $p$  là số nguyên tố lẻ sao cho  $ab+1, bc+1, ca+1$  đều chia hết cho  $p$ . Chứng minh rằng:  $p+2 \leq \frac{a+b+c}{3}$ .

**Bài 13.** Cho  $p$  và  $q$  là các số nguyên tố lớn hơn 5. Chứng minh rằng  $p^4 + 2019q^4$  chia hết cho 20.

**Bài 14.** Cho các số nguyên dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $a^3; b^5; 2+a^2+b^4$  đều là bội của  $c$ . Tìm  $c$  biết  $c$  là số lẻ.

**Bài 15.** Tìm các số nguyên dương  $m$  và  $n$  sao cho  $\frac{m^3}{m+n}$  và  $\frac{n^3}{m+n}$  là các số nguyên tố

**Bài 16.** Tìm tất cả các số nguyên tố  $p$  và các số nguyên dương  $x, y$  thỏa mãn

$$\begin{cases} p-1 = 2x(x+2) \\ p^2-1 = 2y(y+2) \end{cases}$$

**Bài 17.** Chứng minh rằng với mọi số nguyên tố  $p$  thì  $p^3 + \frac{p-1}{2}$  không phải là tích của hai số tự nhiên liên tiếp.

**Bài 18.** Tìm số nguyên tố  $p$  để  $\frac{p+1}{2}; \frac{p^2+1}{2}$  là các số chính phương.

**Bài 19.** Tìm các số nguyên tố  $a, b, c, d$  thỏa mãn:  $a^2 - b^2 + c^2 - d^2 = 1269$  biết  $a > 3b > 6c > 12d$

**Bài 20.** Tìm số nguyên tố  $p$ :  $p^3 - 4p + 9$  là số chính phương.

**Giáo viên: Thầy Trần Tuấn Việt**



b) Từ điểm M bất kì trên cạnh CD, kẻ  $MP \parallel DE$ ,  $MQ \parallel CE$ . Chứng minh rằng:  $\frac{DQ}{ED} + \frac{CP}{CE} = 1$ .

**Câu 12.** Cho hình thang ABCD có các cạnh đáy  $AB = a$ ,  $CD = b$ . Qua giao điểm O của 2 đường chéo, kẻ đường thẳng song song với AB, cắt AD và BC theo thứ tự ở E và G.

Chứng minh rằng:  $\frac{1}{OE} = \frac{1}{OG} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ .

**Câu 13.** Cho hình chữ nhật ABCD. Trên các cạnh AB, BC, CD, DA lần lượt lấy các điểm E, F, G, H sao cho  $\frac{AE}{AB} = \frac{AH}{AD} = \frac{CF}{CB} = \frac{CG}{CD}$ .

a) Chứng minh tứ giác EFGH là hình bình hành.

b) Chứng minh hình bình hành EFGH có chu vi không đổi.

**Câu 14.** Cho hình thang ABCD ( $AB \parallel CD$ ), M là trung điểm của CD. Gọi I là giao điểm của AM và BD, K là giao điểm của BM và AC.

a) Chứng minh  $IK \parallel AB$ .

b) Đường thẳng IK cắt AD, BC lần lượt ở E và F. Chứng minh  $EI = IK = KF$ .

**Câu 15.** Cho tam giác ABC. Điểm D thuộc cạnh BC. Qua D kẻ các đường thẳng song song với AC, AB cắt AB, AC lần lượt tại E và F.

a) Chứng minh:  $\frac{AE}{AB} + \frac{AF}{AC} = 1$ .

b) Xác định điểm D trên BC để  $EF \parallel BC$ .

c) Nếu  $\frac{DB}{DC} = \frac{1}{2}$ , chứng minh: EF song song với trung tuyến BM.

Giáo viên: Thầy Bùi Minh Mẫn