

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 8
SỐ NGUYÊN TỐ (Tiếp)

Tài liệu lớp học Zoom 8M1 - 14h30 - 17h15 - Chiều chủ nhật

Họ và tên:Ngày học:

A. Lí thuyết

+ Số nguyên tố là số tự nhiên lớn hơn 1 chỉ có 2 ước số

+ Hợp số là số tự nhiên lớn hơn 1 có nhiều hơn 2 ước số

+ Nếu $a^m : p \Rightarrow a : p$

+ Nếu $a.b : p \Leftrightarrow \begin{cases} a : p \\ b : p \end{cases}$

+ Mọi số tự nhiên n luôn phân tích được dưới dạng tích của các số nguyên tố

$n = p_1^{\alpha_1} \dots p_k^{\alpha_k}$ và dạng phân tích là duy nhất

B. Bài tập

Bài 7. Cho p là số nguyên tố lớn hơn 8. Chứng minh rằng $3^p - 2^p - 1 : 42$

Bài 8. Cho ba số a, b, c đôi một nguyên tố cùng nhau. Chứng minh rằng:

$$\text{UCLN}(ab + bc + ca, abc) = 1$$

Bài 9. Viết xem kẽ $2n$ chữ số 0 với $2n + 1$ chữ số 1 thành số dạng $101\dots01$. Chứng minh rằng tất cả các số đó đều là hợp số

Bài 10. Chứng minh rằng dãy các số có dạng $10^n + 3$ có vô số số là hợp số.

Bài 11. Chứng minh rằng với mọi số nguyên tố lẻ p không tồn tại các số nguyên dương m và n sao cho

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2}.$$

Bài 12. Cho a, b, c là các số nguyên dương phân biệt và p là số nguyên tố lẻ sao cho $ab + 1, bc + 1, ca + 1$

đều chia hết cho p . Chứng minh rằng: $p + 2 \leq \frac{a + b + c}{3}$.

Bài 13. Cho p và q là các số nguyên tố lớn hơn 5. Chứng minh rằng $p^4 + 2019q^4$ chia hết cho 20.

Bài 14. Cho các số nguyên dương a, b, c thỏa mãn $a^3; b^5; 2 + a^2 + b^4$ đều là bội của c . Tìm c biết c là số lẻ.

Bài 15. Tìm các số nguyên dương m và n sao cho $\frac{m^3}{m+n}$ và $\frac{n^3}{m+n}$ là các số nguyên tố.

Bài 16. Tìm tất cả các số nguyên tố p và các số nguyên dương x, y thỏa mãn

$$\begin{cases} p-1 = 2x(x+2) \\ p^2-1 = 2y(y+2) \end{cases}$$

Bài 17. Chứng minh rằng với mọi số nguyên tố p thì $p^3 + \frac{p-1}{2}$ không phải là tích của hai số tự nhiên liên tiếp.

Bài 18. Tìm số nguyên tố p để $\frac{p+1}{2}; \frac{p^2+1}{2}$ là các số chính phương.

Bài 19. Tìm các số nguyên tố a, b, c, d thỏa mãn: $a^2 - b^2 + c^2 - d^2 = 1269$ biết $a > 3b > 6c > 12d$.

Bài 20. Tìm số nguyên tố p : $p^3 - 4p + 9$ là số chính phương.

Giáo viên: Thầy Trần Tuấn Việt

Megamath.vn

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 8**CHỦ ĐỀ: ĐỊNH LÝ TALET****Tài liệu lớp học Zoom 8M1 - 14h30 - 17h15 - Chiều chủ nhật****Họ và tên:****Ngày học:**

Câu 1. Cho tam giác ABC, G là trọng tâm. Qua G vẽ đường thẳng song song với cạnh AC, cắt các cạnh AB, BC lần lượt ở D và E. Tính độ dài đoạn thẳng DE, biết $AD + EC = 16\text{cm}$ và chu vi tam giác ABC bằng 75cm .

Câu 2. Cho tam giác ABC. Trên cạnh BC lấy điểm D sao cho $\frac{BD}{CD} = \frac{1}{2}$, trên cạnh AD lấy điểm E sao cho $\frac{AE}{ED} = \frac{3}{2}$. Gọi F là giao điểm của BE và AC. Biết $AC = 12\text{cm}$, tính FA và FC.

Câu 3. Cho tứ giác ABCD. Đường thẳng đi qua A và song song với BC cắt BD ở E. Đường thẳng đi qua B và song song với AD cắt AC ở G.

a) Chứng minh rằng EG song song với DC.

b) Giả sử AB song song với CD. Chứng minh rằng $AB^2 = EG \cdot DC$.

Câu 4. Cho tam giác ABC. Từ điểm D trên cạnh AB vẽ đường thẳng song song với BC, cắt AC tại E.

a) Chứng minh $\frac{BD}{CE} = \frac{AB}{AC}$.

b) Trên tia đối tia CA, lấy điểm F sao cho $CF = BD$. Đoạn DF cắt BC tại M. Chứng minh $\frac{MF}{MD} = \frac{AB}{AC}$.

Câu 5. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH, điểm D nằm giữa H và C. Kẻ DE vuông góc với BC (E thuộc AC), kẻ DK vuông góc với AC (K thuộc AC). Chứng minh rằng BE song song với HK.

Câu 6. Cho hình bình hành ABCD. Một đường thẳng d cắt AB; BC; CD lần lượt tại M, N, I. Chứng minh rằng: $\frac{BA}{BM} + \frac{BC}{BN} = \frac{BD}{BI}$.

Câu 7. Cho tam giác ABC có đường trung tuyến AD. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Qua G kẻ đường thẳng cắt các cạnh AB và AC lần lượt tại E và F. Hãy chứng minh $\frac{BE}{AE} + \frac{CF}{AF} = 1$.

Câu 8. Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$), M là trung điểm của CD. Gọi I là giao điểm của AM và BD, K là giao điểm của BM và AC.

a) Chứng minh $IK \parallel AB$.

b) Đường thẳng IK cắt AD, BC lần lượt ở E và F. Chứng minh $EI = IK = KF$.

Câu 9. Cho tam giác ABC , AB = 4, AC = 4,5. Trên AB và AC lấy theo thứ tự các điểm M,N sao cho AM = AN = 3. Gọi O là giao điểm của BN và CM. Chứng minh rằng $\frac{OB}{ON} + \frac{OC}{OM} = 3$.

Câu 10. Cho tam giác nhọn ABC, các đường cao AD, BE, CF, Gọi I, K, M, N theo thứ tự là chân đường vuông góc kẻ từ D đến BA, BE, CF, CA. Chứng minh rằng I, K, M, N thẳng hàng.

Câu 11. Cho hình thang ABCD (AB // CD) có diện tích S, $AB = \frac{2}{3}CD$. Gọi E, F theo thứ tự là trung điểm của AB, CD. Gọi M là giao điểm của AF và DE, N là giao điểm của BF và CE. Tính diện tích tứ giác EMFN theo S.

Giáo viên: Thầy Bùi Minh Mẫn