BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 8
SỐ CHÍNH PHƯƠNG
Tài liệu lớp học Zoom 8M1 – 14h30 – 17h15 – Chiều chủ nhật

Họ và tên: .....Ngày học: .....

Bài 1. Tìm số nguyên tố p để $\frac{p+1}{2};\frac{p^2+1}{2}$ là các số chính phương.

Bài 2. Chứng minh rằng nếu m và n là các số tự nhiên thỏa mãn $3m^2+m=4n^2+n$ thì $m-n$ và $4m+4n+1$ đều là các số chính phương.

Bài 3. Cho $A=3+3^2+...+3^{30}$. Chứng minh A không phải số chính phương.

Bài 4. Cho $A=n^6-n^4+2n^3+2n^2$. Chứng minh A không phải số chính phương với mọi số tự nhiên n lớn hơn 1.

Bài 5. Chứng minh rằng với mỗi số nguyên $n\ge 6$ thì $a_n=1+\frac{2\cdot 6\cdot 10\cdots(4n-2)}{(n+5)(n+6)\cdots(2n)}$ là một số chính phương.

Bài 6. Cho 2 số nguyên a, b thỏa mãn $a^2+b^2+1=2(ab+a+b)$. Chứng minh a và b là hai số chính phương liên tiếp.

Bài 7. Tìm các số nguyên dương n để $A=n^4+n^3+n^2$ là số chính phương

Bài 8. Tìm tất cả các số các số tự nhiên n thỏa mãn $2n+1,3n+1$ là các số chính phương và $2n+9$ là số nguyên tố.

Bài 9. Tìm các số nguyên tố p và q sao cho p^2-q^2-1 là số chính phương.

Bài 10. Tìm các số nguyên tố p để $2^p+5\cdot 3^p$ là số chính phương.

Bài 11. Cho số tự nhiên n thỏa mãn $n(n+1)+6$ không chia hết cho 3 . Chứng minh rằng $2n^2+n+8$ không phải là số chính phương.

Bài 12. Tìm số tự nhiên n để $12.n!+11^n+2$ là số chính phương

Bài 13. Tồn tại hay không số nguyên dương n để $2n-1,5n-1,13n-1$ đồng thời là số chính phương.

Bài 14. Tìm 2 số nguyên tố p, q sao cho $p^{q+1}+q^{p+1}$ là số chính phương.

Bài 15. Tồn tại không các số nguyên tố p, q, r thỏa mãn $\left(p^2-7\right)\left(q^2-7\right)\left(r^2-7\right)$ là một số chính phương?

Bài 16. Tồn tại hay không các số nguyên a, b, c sao cho ab^2c+2,bc^2a+2 và ca^2b+2 là các số chính phương?

Bài 17. Cho x, y là những số nguyên lớn hơn 1 sao cho $4x^2y^2-7x+7y$ là số chính phương. Chứng minh rằng $x=y$.

Bài 18. Tìm tất cả các cặp số tự nhiên (m,n) sao cho 2^m3^n-1 là số chính phương.

Bài 19. Tìm các số nguyên dương m và n để $A=6^m+2^n+2$ là số chính phương.

Bài 20. Tìm các số nguyên dương n để $n^4+4n^3-3n^2-n+3$ là số chính phương.

Bài 21. Tìm các số nguyên dương n để n^4+n^3+1 là số chính phương.

Bài 22. Tìm các số nguyên n để $9n+16$ và $16n+9$ đều là các số chính phương.

Bài 23. Tìm các cặp số nguyên dương m và n để m^2+5n, n^2+5m là số chính phương.

Bài 24. Cho các số nguyên dương x, y. Chứng minh rằng nếu x^2+2y là một số chính phương thì x^2+y biểu diễn được thành tổng của hai số chính phương.

Bài 25. Tìm các số nguyên dương n để $A=4n^3+2n^2-7n-5$ là số chính phương.

Bài 26. Tìm các số nguyên tố p để $\dfrac{2^{p-1}-1}{p}$ là số chính phương.

Bài 27. Cho a, b, c là các số nguyên dương đôi một nguyên tố cùng nhau và thỏa mãn $a^2+b^2+c^2=(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2$. Chứng minh rằng a, b, c và $ab+bc+ca$ đều là các số chính phương.

Bài 28. Cho a và b là các số nguyên sao cho tồn tại hai số nguyên liên tiếp c và d thỏa mãn điều kiện $a-b=a^2c-b^2d$. Chứng minh rằng $|a-b|$ là một số chính phương.

Bài 29. Tìm tất cả các số nguyên m, n thỏa mãn $m(m+1)(m+2)=n^2$

Bài 30. Cho m, n là các số nguyên dương sao cho m^2+n^2+m chia hết cho mn. Chứng minh rằng m là số chính phương.

Bài 31. Cho hai số nguyên dương x, y thỏa mãn x^2-4y+1 chia hết cho $(x-2y)(2y-1)$. Chứng minh rằng $|x-2y|$ là số chính phương.

Bài 32. Tìm các số nguyên dương n để $\dfrac{4n^2+7n+3}{3}$ là số chính phương.

Bài 33. Cho ba số tự nhiên a, b, c thỏa mãn $a-b$ là số nguyên tố và $3c^2=c(a+b)+ab$. Chứng minh rằng $8c+1$ là số chính phương.

Bài 34. Cho số nguyên dương n thỏa mãn $A=2+2\sqrt{28n^2+1}$ là số nguyên dương. Chứng minh rằng A là số chính phương.

Bài 35. Cho x, y là các số nguyên thỏa mãn đẳng thức $x^2+y^2+\left(\dfrac{xy+1}{x+y}\right)^2=2$.

Chứng minh rằng $xy+1$ là một số chính phương.

Giáo viên: Thầy Trần Tuấn Việt

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 8
CHỦ ĐỀ: TÍNH CHẤT PHÂN GIÁC
Tài liệu lớp học Zoom 8M1 – 14h30 – 17h15 – Chiều chủ nhật

Họ và tên: .....Ngày học: .....

+ **Định lí:** *Trong tam giác, đường phân giác của 1 góc chia cạnh đối diện thành 2 đoạn thẳng tỉ lệ với hai cạnh kề 2 đoạn ấy.*

+ ***Chú ý:***

* Định lí cũng đúng khi AD là phan giác ngoài.

* Định lí đảo: Nếu D trên cạnh BC thỏa mãn $\frac{DB}{DC}=\frac{AB}{AC}$ thì AD là phân giác trong của tam giác ABC.

Định lí vẫn đúng khi D nằm ngoài đoạn thẳng BC (D thuộc đường thẳng BC) thì AD là phân giác ngoài của góc A.

Câu 1. Cho tam giác ABC vuông tại A, biết AB = 9cm; BC = 15cm. Đường phân giác của góc C cắt AB tại D. Tính AD; DB

Câu 2. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường phân giác BD. Biết $AD=3\text{cm}, DC=5\text{cm}$. Tính độ dài các cạnh AB và BC.

Câu 3. Cho tam giác ABC có chu vi bằng 18cm, phân giác trong BD, CE. Biết $\frac{AD}{DC}=\frac{1}{2}; \frac{AE}{EB}=\frac{3}{4}$. Tính độ dài các cạnh của tam giác ABC.

Câu 4. Cho tam giác ABC với đường trung tuyến AM và đường phân giác AD. Biết diện tích tam giác ABC là S, $AB=m, AC=n\left(m<n\right)$. Tính diện tích tam giác ADM ?

Câu 5. Cho hình bình hành $ABCD$ với $AB=12,5\text{cm}, BC=7,25\text{cm}$. Đường phân giác góc B cắt đường chéo AC tại E, đường phân giác góc D cắt đường chéo AC tại F. Tính độ dài đường chéo AC biết độ dài $EF=3,45\text{cm}$.

Câu 6. Cho tam giác ABC có $AB=14\text{cm}, AC=35\text{cm}$, phân giác $AD=12\text{cm}$.

a) Vẽ $DE//AB$ (E thuộc AC). Tính độ dài các cạnh và diện tích của tam giác AED.

b) Tính diện tích tam giác ABC.

Câu 7. Cho tam giác ABC có $\hat{B}$ và $\hat{C}$ là các góc nhọn, đường phân giác AD. Biết $AD=AB=\sqrt{5}$, $BD=2$. Tính độ dài BC.

Câu 8. Cho tam giác ABC và ba đường phân giác AM, BN, CP cắt nhau tại O. Ba cạnh AB, BC, CA tỉ lệ với 4, 7, 5.

a) Tính MC, biết $BC=18\text{cm}$.

b) Tính AC, biết $NC-NA=3\text{cm}$.

c) Tính tỉ số $\frac{OP}{OC}$.

Câu 9. Cho tam giác ABC. Lấy điểm D thuộc đoạn BC. Phân giác trong góc ADB cắt AB tại E, phân giác trong góc ADC cắt AC tại F. Chứng minh rằng $AE.BD.CF = AF.BE.CD$

Câu 10. Cho tam giác ABC. Gọi I là trung điểm của cạnh BC. Đường phân giác của góc AIB cắt cạnh AB ở M. Đường phân giác của góc AIC cắt cạnh AC ở N.

a) Chứng minh rằng $MN // BC$.

b) Tam giác ABC phải thoả điều kiện gì để có $MN = AI$?

c) Tam giác ABC phải thoả điều kiện gì để có $MN \perp AI$?

Câu 11. Cho hình bình hành $ABCD$ có tia phân giác góc BAD cắt BD tại M, tia phân giác góc ABC cắt AC tại N. Chứng minh $MN // CD$.

Câu 12. Cho tam giác ABC có phân giác AD. Biết $BD = 2cm, CD = 4cm$. Đường trung trực của AD cắt BC tại K. Vẽ phân giác ngoài AE của tam giác ABC .

a) Chứng minh K là trung điểm của DE. b) Tính độ dài KD.

Câu 13. Cho tam giác ABC cân tại A, $\widehat{A} = 135^o$. Trên cạnh BC lấy các điểm M và N sao cho $AM \perp AC; AN \perp AB$. Chứng minh rằng $BM^2 = BC.MN$.

Câu 14. Cho tam giác ABC có AB = 12cm, AC = 18cm, BC = 15cm. Gọi I là giao điểm của các đường phân giác, G là trọng tâm của tam giác ABC.

a) Chứng minh rằng IG // BC. b) Tính độ dài IG.

Câu 15. Cho hình thang ABCD, hai đường chéo cắt nhau tại O (BC // AD và BC < AD). Gọi M, N là các điểm trên hai cạnh AB, CD sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{CN}{CD}$. MN cắt AC và BD thứ tự tại E và F.

a) Qua M kẻ đường thẳng song song AC cắt BC tại P. Chứng minh rằng: NP // BD.

b) Chứng minh rằng: $\frac{ME}{MN} = \frac{BO}{BD}$

c) Chứng minh: ME = NF.

Câu 16. Cho tam giác ABC có trung tuyến AM. Phân giác trong góc AMB cắt AB tại D, phân giác trong góc AMC cắt AC tại E. Biết rằng $MD = ME$. Chứng minh rằng tam giác ABC cân.

Câu 17. Cho tam giác ABC có $AB > BC$, các phân giác trong AD, CF. Chứng minh rằng $AF > FD > DC$.

Câu 18. Cho tam giác ABC (AB < AC) có các đường phân giác BD, CE (D thuộc AC, E thuộc AB).

a) Đường thẳng qua D và song song với BC cắt AB ở K. Chứng minh E nằm giữa B và K.

b) Chứng minh: CD > DE > BE.

Giáo viên: Thầy Bùi Minh Mẫn