

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 8

SỐ CHÍNH PHƯƠNG (Tiếp)

Tài liệu lớp học Zoom 8M1 - 14h30 - 17h15 - Chiều chủ nhật

Họ và tên:Ngày học:

Bài 8. Tìm tất cả các số các số tự nhiên n thỏa mãn $2n+1, 3n+1$ là các số chính phương và $2n+9$ là số nguyên tố.

Bài 10. Tìm các số nguyên tố p để $2^p + 5 \cdot 3^p$ là số chính phương.

Bài 12. Tìm số tự nhiên n để $12 \cdot n! + 11^n + 2$ là số chính phương

Bài 13. Tồn tại hay không số nguyên dương n để $2n-1, 5n-1, 13n-1$ đồng thời là số chính phương.

Bài 14. Tìm 2 số nguyên tố p, q sao cho $p^{q+1} + q^{p+1}$ là số chính phương.

Bài 15. Tồn tại không các số nguyên tố p, q, r thỏa mãn $(p^2 - 7)(q^2 - 7)(r^2 - 7)$ là một số chính phương?

Bài 16. Tồn tại hay không các số nguyên a, b, c sao cho ab^2c+2, bc^2a+2 và ca^2b+2 là các số chính phương?

Bài 17. Cho x, y là những số nguyên lớn hơn 1 sao cho $4x^2y^2 - 7x + 7y$ là số chính phương. Chứng minh rằng $x = y$.

Bài 18. Tìm tất cả các cặp số tự nhiên (m, n) sao cho $2^m 3^n - 1$ là số chính phương.

Bài 19. Tìm các số nguyên dương m và n để $A = 6^m + 2^n + 2$ là số chính phương.

Bài 20. Tìm các số nguyên dương n để $n^4 + 4n^3 - 3n^2 - n + 3$ là số chính phương.

Bài 21. Tìm các số nguyên dương n để $n^4 + n^3 + 1$ là số chính phương.

Bài 22. Tìm các số nguyên n để $9n+16$ và $16n+9$ đều là các số chính phương.

Bài 23. Tìm các cặp số nguyên dương m và n để $m^2 + 5n, n^2 + 5m$ là số chính phương.

Bài 24. Cho các số nguyên dương x, y . Chứng minh rằng nếu $x^2 + 2y$ là một số chính phương thì $x^2 + y$ biểu diễn được thành tổng của hai số chính phương.

Bài 25. Tìm các số nguyên dương n để $A = 4n^3 + 2n^2 - 7n - 5$ là số chính phương.

Bài 26. Tìm các số nguyên tố p để $\frac{2^{p-1} - 1}{p}$ là số chính phương.

Bài 27. Cho a, b, c là các số nguyên dương đôi một nguyên tố cùng nhau và thỏa mãn

$a^2 + b^2 + c^2 = (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2$. Chứng minh rằng a, b, c và $ab+bc+ca$ đều là các số chính phương.

Bài 28. Cho a và b là các số nguyên sao cho tồn tại hai số nguyên liên tiếp c và d thỏa mãn điều kiện $a - b = a^2c - b^2d$. Chứng minh rằng $|a - b|$ là một số chính phương.

Bài 29. Tìm tất cả các số nguyên m, n thỏa mãn $m(m+1)(m+2) = n^2$

Bài 30. Cho m, n là các số nguyên dương sao cho $m^2 + n^2 + m$ chia hết cho mn . Chứng minh rằng m là số chính phương.

Bài 31. Cho hai số nguyên dương x, y thỏa mãn $x^2 - 4y + 1$ chia hết cho $(x - 2y)(2y - 1)$. Chứng minh rằng $|x - 2y|$ là số chính phương.

Bài 32. Tìm các số nguyên dương n để $\frac{4n^2 + 7n + 3}{3}$ là số chính phương.

Bài 33. Cho ba số tự nhiên a, b, c thỏa mãn $a - b$ là số nguyên tố và $3c^2 = c(a + b) + ab$. Chứng minh rằng $8c + 1$ là số chính phương.

Bài 34. Cho số nguyên dương n thỏa mãn $A = 2 + 2\sqrt{28n^2 + 1}$ là số nguyên dương. Chứng minh rằng A là số chính phương.

Bài 35. Cho x, y là các số nguyên thỏa mãn đẳng thức $x^2 + y^2 + \left(\frac{xy + 1}{x + y}\right)^2 = 2$.

Chứng minh rằng $xy + 1$ là một số chính phương.

Giáo viên: Thầy Trần Tuấn Việt

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 8**CHỦ ĐỀ: MENELAUS VÀ CEVA**

Tài liệu lớp học Zoom 8M1 - 14h30 - 17h15 - Chiều chủ nhật

Họ và tên: Ngày học:

Câu 1. Cho tam giác ABC. Gọi D là trung điểm của BC, E và F lần lượt là hai điểm nằm trên AB, AC sao cho AD, BF, CE đồng quy. Chứng minh rằng $EF \parallel BC$.

Câu 2. Cho tam giác ABC có trung tuyến AD. Lấy điểm O trên đoạn thẳng AD. Tia CO cắt AB tại M, tia BO cắt AC tại N. Chứng minh rằng $S_{BOM} = S_{CON}$.

Câu 3. Cho tam giác ABC có trung tuyến AM. Trên AM lấy điểm I sao cho $AI = 4MI$. Đường thẳng BI cắt AC tại P. Chứng minh rằng $PA = 2PC$.

Câu 4. Cho tam giác ABC có $AB = 8$, $AC = 6$. Trên các cạnh AB, AC lần lượt lấy các điểm D và E sao cho $AD = 2AE$. Điểm F thuộc đoạn thẳng DE sao cho $\frac{FD}{FE} = \frac{3}{2}$. Tia AF cắt BC tại M. Chứng minh rằng M là trung điểm của BC.

Câu 5. Cho tứ giác ABCD có AC cắt BD tại I, AB cắt CD tại M, AD cắt BC tại N, AC cắt MN tại K.

Chứng minh rằng $\frac{IA}{IC} = \frac{KA}{KC}$.

Câu 6. Cho tam giác ABC đường cao AH. Lấy D, E theo thứ tự trên AB, AC sao cho AH là phân giác góc \widehat{DHE} . Chứng minh rằng AH, BE, CD đồng quy.

Câu 7. Cho tam giác ABC với điểm M nằm trong tam giác. Các tia AM, BM, CM cắt các cạnh BC, CA, AB tương ứng tại D, E, F. Gọi K là giao điểm của DE và CM, gọi H là giao điểm của DF và BM. Chứng minh: AD, BK, CH đồng quy.

Câu 8. Cho tam giác ABC, một điểm D cố định trên tia đối của tia BC. Kẻ tia Dx cắt các cạnh AB, AC tại các điểm tương ứng E, F. Gọi M, N tương ứng là trung điểm của BF, CE. Chứng minh đường thẳng MN luôn luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 9. Cho tam giác ABC với các đường cao AD, BE, CF. Gọi C_1 và B_1 , A_2 và C_2 , A_3 và B_3 theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của D lên AB và AC, của E lên BC và BA, của F lên CB và CA. Gọi giao điểm của BC và B_1C_1 , AC và A_2C_2 , AB và A_3B_3 là M, N, P theo thứ tự. Chứng minh rằng M, N, P thẳng hàng.

Câu 10. Cho Hình chữ nhật ABCD, có M, N là trung điểm của AD, BC. E thuộc tia đối của DC. K là giao điểm của EM và AC. CM NM là phân giác góc KNE.

Giáo viên: Thầy Bùi Minh Mẫn