

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 8

TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC (Tiếp)

Tài liệu lớp học Zoom 8M1 - 14h30 - 17h15 - Chiều chủ nhật

Họ và tên:Ngày học:

Câu 8. Cho ba số thực a, b, c khác 0 , đôi một khác nhau thỏa mãn $a + b + c = 0$. Tính giá trị của biểu thức:

$$D = \frac{a^2}{2a^2 + bc} + \frac{b^2}{2b^2 + ca} + \frac{c^2}{2c^2 + ab}$$

Câu 11. Cho x, y, z đôi một khác nhau và thỏa mãn $x + y + z = 2023$. Tính giá trị của biểu thức

$$M = \frac{x^3}{(x-y)(x-z)} + \frac{y^3}{(y-x)(y-z)} + \frac{z^3}{(z-x)(z-y)}$$

Câu 12. Với a, b, c là các số thực thỏa mãn $a + b + c \neq 0$ và $(a+b)(b+c)(c+a) = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{a^2(a+b+c)+1+abc} + \frac{b}{b^2(a+b+c)+1+abc} = \frac{1+abc+ab(a+b+c)}{(a+b+c)^2}$$

Câu 13. Cho $a^3b^3 + b^5c^3 + c^3a^3 = 3a^2b^2c^2$. Tính giá trị biểu thức: $A = \left(1 + \frac{a}{b}\right)\left(1 + \frac{b}{c}\right)\left(1 + \frac{c}{a}\right)$

Câu 14. Cho $x = by + cz; y = ax + cz; z = ax + by; x + y + z \neq 0; xyz \neq 0$. CMR: $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} = 2$

Câu 15. Cho x, y, z là các số khác 0 thỏa mãn $x + y + z = 0$ và $xy + yz + zx = 3xyz$. Tính giá trị biểu thức:

$$A = \frac{yz-x}{x^3yz} + \frac{xz-y}{xy^3z} + \frac{xy-z}{xyz^3}$$

Câu 16. Cho các số a, b thỏa mãn $a + b = 2; a \cdot b = -2$. Tính $a^7 + b^7$

Câu 17. Không tìm a, b ; hãy tính giá trị của $A = a^3 - b^3 - 3a + 3b$.

Câu 18. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn: $a^2 + b^2 + c^2 = 4$ và $a^3 + b^3 + c^3 = 8$. Tính giá trị biểu thức:

$$P = a^4 + b^4 + c^4$$

Câu 19. Cho $a + b + c = 1; a \neq -b; b \neq -c; c \neq -a$.

Chứng minh rằng: $\frac{ab+c}{(a+b)^2} \cdot \frac{bc+a}{(b+c)^2} \cdot \frac{ca+b}{(c+a)^2} = 1$.

Câu 20. Cho các số thực a, b, c đôi một khác nhau, thỏa mãn:

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc \text{ và } abc \neq 0. \text{ Tính } P = \frac{ab^2}{a^2 + b^2 - c^2} + \frac{bc^2}{b^2 + c^2 - a^2} + \frac{ca^2}{c^2 + a^2 - b^2}$$

Câu 21. Cho các số x, y thỏa mãn điều kiện: $2x^2 + 10y^2 - 6xy - 6x - 2y + 10 = 0$

Hãy tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{(x+y-4)^{2018} - y^{2018}}{x}$

Câu 22. Cho ba số a, b, c thỏa mãn $(a+b+c)(ab+bc+ca) = 2017$ và $abc = 2017$. Tính giá trị của biểu thức $P = (b^2c + 2017)(c^2a + 2017)(a^2b + 2017)$

Câu 23. Cho ba số a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 27$ và $a + b + c = 9$. Tính giá trị của biểu thức:
 $A = (a-4)^{2021} + (b-4)^{2022} + (c-4)^{2023}$

Câu 24. Cho các số $x; y; z$ thỏa mãn điều kiện: $2x^2 + 10y^2 - 6xy - 6x - 2y + 10 = 0$

Hãy tính giá trị biểu thức $A = \frac{(x+y-4)^{2022} - y^{2022}}{x}$

Câu 25. Cho ba số thực a, b và c thỏa mãn $ab + bc + ca = 1$. Chứng minh:

$$\frac{a-b}{1+c^2} + \frac{b-c}{1+a^2} + \frac{c-a}{1+b^2} = 0$$

(Thi vào chuyên Toán Hà Nội 2021)

Câu 26. Cho các số thực a, b không âm thỏa mãn điều kiện $(a+2)(b+2) = 8$. Tính giá trị của biểu thức:

$$P = ab + 2\sqrt{a^2 + b^2 + 8} - \sqrt{2(a^2 + 4)(b^2 + 4)}$$

b) Cho các số hữu tỉ a, b, c đôi một phân biệt. Đặt $B = \sqrt{\frac{1}{(a-b)^2} + \frac{1}{(b-c)^2} + \frac{1}{(c-a)^2}}$. Chứng minh rằng

B là số hữu tỉ.

Giáo viên: Thầy Trần Tuấn Việt

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN 8

Chủ đề: BĐT CÔ SI - BUNHIACOPXKI

Tài liệu lớp học Zoom 8M1 - 14h30 - 17h15 - Chiều chủ nhật

Họ và tên:Ngày học:

Câu 1. Cho các số thực a,b khác 0. Chứng minh $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} \geq \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$

Câu 2. Cho x, y, z là ba số thực dương thỏa mãn $x + y + z = 1$. CMR: $\frac{x^2}{y+1} + \frac{y^2}{z+1} + \frac{z^2}{x+1} \geq \frac{3}{2}$.

Câu 3. Cho a, b, c > 1. Chứng minh rằng: $\frac{a^2}{b-1} + \frac{b^2}{c-1} + \frac{c^2}{a-1} \geq 12$

Câu 4. Cho a, b, c dương sao cho $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. Chứng minh rằng: $\frac{a^3b^3}{c} + \frac{b^3c^3}{a} + \frac{c^3a^3}{b} \geq 3abc$

Câu 5. Cho a, b, c > 0 và $a + b + c = 1$. Chứng minh $S = \sqrt{a+b} + \sqrt{b+c} + \sqrt{c+a} \leq \sqrt{6}$.

Câu 6. Cho a, b, c là 3 số dương thỏa mãn $ab + bc + ca = 3abc$. CM: $\frac{a}{a^2+bc} + \frac{b}{b^2+ca} + \frac{c}{c^2+ab} \leq \frac{3}{2}$

Câu 7. Cho a, b, c dương sao cho $a + b + c = 1$. Tìm GTLN của: $P = \sqrt{\frac{ab}{c+ab}} + \sqrt{\frac{bc}{a+bc}} + \sqrt{\frac{ca}{b+ca}}$.

Câu 8. Cho a, b, c dương: $ab + bc + ca = abc$. Tìm GTLN: $P = \frac{a}{bc(a+1)} + \frac{b}{ca(b+1)} + \frac{c}{ab(c+1)}$.

Câu 9. Cho x, y, z > 0 và $xy + yz + xz = 3xyz$. Tính GTNN: $A = \frac{x^2}{z(z^2+x^2)} + \frac{y^2}{x(x^2+y^2)} + \frac{z^2}{y(y^2+z^2)}$

Câu 10. Cho a, b, c không âm thỏa mãn $a + b + c = 1$. Tìm GTLN $P = \sqrt{ab+c} + \sqrt{bc+a} + \sqrt{ca+b}$.

Câu 11. $Q = \sqrt{x^2 - xy + y^2} + \sqrt{y^2 - yz + z^2} + \sqrt{z^2 - zx + x^2}$ với x, y, z > 0 và $x + y + z = 3$. CMR $Q \geq 3$.

Câu 12. Cho 3 số dương x, y, z có tổng bằng 1. CMR: $\sqrt{\frac{xy}{xy+z}} + \sqrt{\frac{yz}{yz+x}} + \sqrt{\frac{zx}{zx+y}} \leq \frac{3}{2}$.

Câu 13. Cho các số dương a, b, c. Chứng minh $M = \frac{a}{a+2b+3c} + \frac{b}{b+2c+3a} + \frac{c}{c+2a+3b} \geq \frac{1}{2}$.

Câu 14. Cho các số dương a, b, c. Chứng minh rằng: $\frac{a^2+b^2}{a+b} + \frac{b^2+c^2}{b+c} + \frac{c^2+a^2}{c+a} \geq a+b+c$.

Câu 15. Chứng minh $\frac{x^2}{(x+y)(x+z)} + \frac{y^2}{(y+z)(y+x)} + \frac{z^2}{(z+x)(z+y)} \geq \frac{3}{4}$.

Câu 16. Cho $a, b, c > 0$, chứng minh $\frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a} \geq ab + bc + ca$.

Câu 17. Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 1$. CMR: $\frac{a}{1+b-a} + \frac{b}{1+c-b} + \frac{c}{1+a-c} \geq 1$

Câu 18. Cho a, b, c dương thỏa $a + b + c = 2023$. Tìm Min của: $A = \frac{a^2}{(a+2b)^3} + \frac{b^2}{(b+2c)^3} + \frac{c^2}{(c+2a)^3}$

Giáo viên: Thầy Bùi Minh Mẫn

Megamath